Sistemas de ecuaciones

¿Qué es un sistema de ecuaciones con dos incógnitas?

Frecuentemente, aparecen en los problemas dos cantidades desconocidas sin relación aparente, es decir dos incógnitas. En estos casos, el enunciado del problema se traduce en dos ecuaciones.
Las dos ecuaciones juntas forman un **sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas**.

A la hora de encontrarnos con un sistema de ecuaciones pueden pasar tres cosas:

- Que el sistema sea **incompatible**; es decir, que no tiene solución.
- Que el sistema sea **compatible indeterminado**; es decir, que tenga infinitas soluciones.
- Que el sistema sea **compatible determinado**; es decir, que tenga una única solución.

Métodos de resolución de un sistema de ecuaciones

Método de sustitución

Este método consiste en:
a. Despejar una de las incógnitas en una de las ecuaciones.
Preferiblemente aquella cuyo coeficiente sea 1.
b. Sustituir la incógnita despejada por su valor en la otra ecuación.
c. Resolver la ecuación con una incógnita que se ha obtenido.
d. Sustituir la solución de la ecuación con una incógnita en la ecuación obtenida en el paso a.

Ejemplo

$$\begin{cases} x+y=22 \\ 3\cdot x+5\cdot y=90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=22-y \\ 3\cdot x+5\cdot y=90 \end{cases} \quad \begin{cases} x=22-y \\ 3\cdot(22-y)+5\cdot y=90 \end{cases} \quad \begin{cases} x=22-y \\ y=12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=22-12 \\ y=12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=12 \end{cases}$$

Método de igualación

Este método consiste en:
a. Despejar la misma incógnita en las dos ecuaciones del sistema.
b. Igualar los resultados obtenidos.
c. Resolver la ecuación con una incógnita que se ha obtenido.
d. Sustituir la solución de la ecuación del apartado c. en cualquiera de las ecuaciones que se han obtenido en el apartado a.

$$\begin{cases} x+y=22 \\ 3\cdot x+5\cdot y=90 \end{cases} = \begin{cases} x=22-y \\ 3\cdot x=90-5\cdot y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=22-y \\ x=\dfrac{90-5\cdot y}{3} \end{cases} \Rightarrow 22-y=\frac{90-5\cdot y}{3} \Rightarrow y=12$$

$$\begin{cases} x=22-y \\ y=12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=22-12 \\ y=12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=12 \end{cases}$$

Método de reducción

Este método consiste en:

a. Multiplicamos cada una de las ecuaciones por el coeficiente de la incógnita *y* de la ecuación contraria. Se tienen que multiplicar ambos miembros de las ecuaciones, así como cada uno de los términos de cada miembro.
b. Se suman miembro a miembro las dos ecuaciones obtenidas tras el apartado a.; si no desaparece la incógnita *y*, se restan miembro a miembro las dos ecuaciones del apartado a.
c. Una vez desaparecida la incógnita *y* se resuelve la ecuación de una incógnita obtenida.
d. Para terminar, sustituir en cualquiera de las ecuaciones iniciales el valor de la incógnita obtenido en el apartado c. y resolver la ecuación con una incógnita *y* obtenida tras esta sustitución.

Ejemplo

$$\begin{cases} x+y=22 \\ 3x+5y=90 \end{cases} = \begin{cases} 3\cdot(x+y)=3\cdot 22 \\ 3x+5y=90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x+3y=66 \\ 3x+5y=90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x+3y=66 \\ -3x-5y=-90 \end{cases}$$

$$-2y=-24$$

$$-2y=-24 \Rightarrow y=\frac{-24}{-2} \Rightarrow y=12$$

$$x+y=22 \Rightarrow x+12=22 \Rightarrow x=22-12 \Rightarrow x=10$$