Tema 5. Proporcionalidad numérica. Porcentajes. Tabla de valores y gráficas

0.- Conceptos preliminares

Razón de dos números

Razón es el cociente entre dos números o dos cantidades comparables entre sí, expresado como fracción.

razón $\frac{2}{3}$ $\frac{2 \rightarrow \text{antecedente}}{3 \rightarrow \text{consecuente}}$

razón $\frac{2}{3} \longrightarrow$ su inversa $\frac{3}{2}$

Proporción numérica

Se llama proporción numérica a la igualdad entre dos razones.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Los números **a**, **b**, **c** y **d** forman una proporción si la razón entre **a** y **b** es la misma que entre **c** y **d**. Se lee: "**a** es a **b** como **c** es a **d**".

Veámoslo con un ejemplo:

Los números 2, 5 y 8, 20 forman una proporción, ya que la razón entre 2 y 5 es la misma que la razón entre 8 y 20.

Es decir $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$

Para comprobar que existe una proporción hacemos 2 . 20 = 5 . 8

Un ejemplo de la vida real podría ser el siguiente: cuando compramos fruta, la cantidad de kilos comprada y el precio pagado guardan una proporción, si un kilo cuesta 3 euros y queremos comprar siete kilos, la relación de proporcionalidad aplicada será: 1 kilo es a 7 kilos lo que 3 € a 21 €.
Es decir 1/7 = 3/21, como vemos, una proporción es una igualdad de razones.

Cuarta proporcional

Se llama cuarta proporcional al número que forma proporción con otros tres números dados.
Ejemplo: La cuarta proporcional de los números 4, 7 y 8 es:

$$\frac{4}{7} = \frac{8}{x} \rightarrow x = \frac{7.8}{4} = 14$$

1. Proporcionalidad directa

Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando un aumento de una de ellas determina un aumento proporcional de la otra o cuando una disminución de una de ellas determina una disminución proporcional de la otra.

Se establece una relación de proporcionalidad directa entre dos magnitudes cuando:

A **más** corresponde **más**.
A **menos** corresponde **menos**.

Son magnitudes **directamente proporcionales**, el peso de un producto y su precio.

1.1. Regla de tres simple directa

Los problemas en los que se conocen tres cantidades de dos magnitudes, directamente proporcionales se llaman problemas de regla de tres simple directa. Es similar a calcular la cuarta proporcional.

La **regla de tres directa** la aplicaremos cuando entre las magnitudes se establecen las relaciones:

A **más** $\longrightarrow$ **más**.

A **menos** $\longrightarrow$ **menos**.

Ejemplo:
Ana compra 5 kg de patatas, si 2 kg cuestan 0.80 €, ¿cuánto pagará Ana?
Son magnitudes **directamente proporcionales**, ya que **a más** kilos, **más** euros.

$$2 \text{ kg} \xrightarrow{D} 0.80 \text{ €}$$
$$5 \text{ kg} \longrightarrow x \text{ €}$$

X= 5 . 0,80 / 2 = 2 E. o 2/5 = 0,8/X X=5 . 0,80 / 2 = 2 E.

1.2. Repartos directamente proporcionales

Consiste en repartir una cantidad entre varias partes de forma que lo que reciba cada una de las partes sea directamente proporcional a la cantidad aportada por cada una.

Ejemplo: Compramos un lote de libros por 162 euros. Víctor se quedó con 7 libros, Belén con 5 y Jaime con 6. ¿Cuánto debe pagar cada uno?
Existen dos formas de resolverlo:

Solución 1ª: Por reducción a la unidad. Calculamos lo que vale un libro y luego multiplicamos por cada uno de los lotes:

Número total de libros: 7+5+6=18libros
Valor de un libro: 162 :18 = 9 euros
Cantidad a pagar por cada uno:
Víctor: 7.9 = 63 euros
Belén: 5.9 = 45
Jaime: 6.9 = 54

Cada uno tiene que pagar de acuerdo a la siguiente **fórmula:**

$$\frac{\text{cantidad a repartir . parte de cada uno}}{\text{suma de todas las partes}}$$

1.3. Porcentaje o tanto por ciento

Un porcentaje es un tipo de regla de tres directa en el que una de las cantidades es 100.

Para **calcular el tanto por ciento** de una cantidad, se multiplica dicha cantidad por el tanto por ciento y se divide por 100.

Ejemplo: El 40% de 1500 es: $\frac{40.1500}{100} = 600$

1.4. El interés simple

Las entidades financieras (bancos, cajas de ahorro) dan a sus clientes una cantidad de dinero anual que es proporcional al dinero que tienen guardado o depositado en ellas. Esta cantidad de dinero se llama **interés** y se mide en tanto por ciento.

Veamos un ejemplo:

Ejemplo: Lourdes tiene un depósito bancario de 4000 € que le da un 4% anual. ¿Qué interés le produce su capital al final de año? ¿Y en 5 años?

Solución: Que el tipo de interés sea del 4% significa que de cada 100 € que Lourdes tiene en el depósito bancario, la entidad le da 4 € al año. Por los 4000 € le dará el 4%, esto es:

$$\frac{4000.4}{100} = 160€$$

En cinco años le producirá 5 veces esa cantidad, es decir: 160.5 = 800€
Cuando realizamos una operación bancaria suelen intervenir las siguientes cantidades:
Capital: Cantidad de dinero que se deposita o se solicita al banco. Se representa por **c**
Tipo de interés o rédito: Dinero que paga el banco (o cobra) por cada 100 euros. Se representa por **r**.
Interés: Cantidad de dinero que paga el banco (o cobra) por el capital que hemos depositado (o solicitado). Se representa por **i**.
Tiempo: Número de días, meses o años que permanece el capital en el banco. Se representa por **t**.

El importe del interés **i** que produce una cantidad de dinero viene dado por la fórmula:

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{c \cdot r \cdot t}}{\mathbf{100}}$$

2. Magnitudes inversamente proporcionales

Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando al aumentar una, disminuye la otra en la misma proporción. Y viceversa, cuando al disminuir una, aumenta la otra en la misma proporción.

Se establece una relación de **proporcionalidad inversa** entre dos magnitudes cuando:

A **más** corresponde **menos**.
A **menos** corresponde **más**.

Son **magnitudes inversamente proporcionales**, la velocidad y el tiempo:

A **más** velocidad corresponde **menos** tiempo.
A **menos** velocidad corresponde **más** tiempo.

2.1. Regla de tres simple inversa

Consiste en que, dadas dos cantidades correspondientes a magnitudes inversamente proporcionales, calcular la cantidad de una de estas magnitudes.

La **regla de tres inversa** la aplicaremos cuando entre las magnitudes se establecen las relaciones:

A **más** ⟶ **menos**.

A **menos** ⟶ **más**.

Ejemplo 1: Un grifo que mana 18 l de agua por minuto tarda 14 horas en llenar un depósito. ¿Cuánto tardaría si su caudal fuera de 7 l por minuto?

18 l ---------- 14 horas
7 l ---------- X

X= 18 . 14 / 7 = 36 horas o 18 / 7 = X/14 X=18 . 14 / 7 = 36 horas