Tema 1

Función lineal. Industria química y repercusión ambiental

1.1.-Tabla de datos

Una tabla es una representación de datos, mediante pares ordenados, expresan la relación existente entre dos magnitudes o dos situaciones.

La siguiente tabla nos muestra la variación del precio de las patatas, según el número de kilogramos que compremos.

Kg de patatas	1	2	3	4	5
Precio en €	2	4	6	8	10

La siguiente tabla nos indica el número de alumnos que consiguen una determinada nota en un examen.

Nota	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº de alumnos	1	1	2	3	6	11	12	7	4	2	1

1.2. Ejes de coordenadas

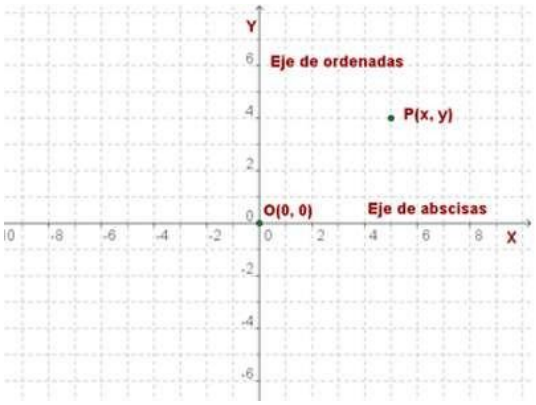
Para representar los puntos en el plano, necesitamos dos rectas perpendiculares, llamados **ejes cartesianos o ejes de coordenadas**:

El eje horizontal se llama eje X o eje de abscisas.

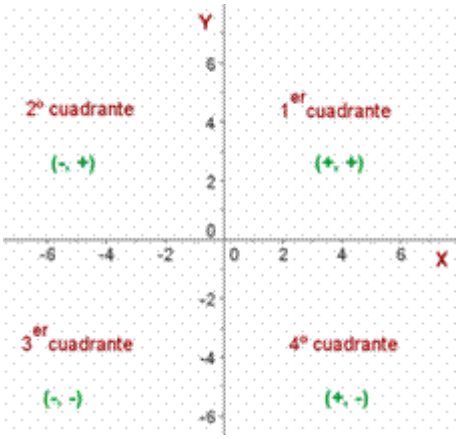
El eje vertical se llama eje Y o eje de ordenadas.

El punto **O**, donde se cortan los dos ejes, es el **origen de coordenadas**.

Las coordenadas de un punto cualquiera P se representan por **(x, y)**.



Los ejes de coordenadas dividen al plano en cuatro partes iguales y a cada una de ellas se les llama cuadrante.



Ejercicio 1

Representa en los ejes de coordenadas los puntos:

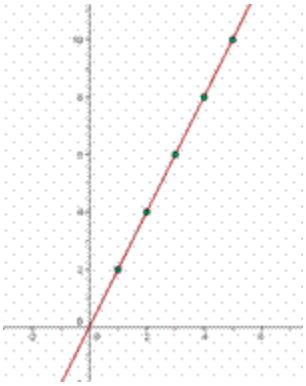
A(1, 4), B(-3, 2), C(0, 5), D(-4, -4), E(-5, 0), F(4, -3), G(4, 0), H(0, -2)

1.3. Gráficas

Una gráfica es la representación en unos ejes de coordenadas de los pares m ordenados de una tabla. Las gráficas describen relaciones entre dos variables. La variable que se representa en el eje horizontal se llama variable independiente o variable x. La que se representa en el eje vertical se llama variable dependiente o variable y. La variable y está en función de la variable x.

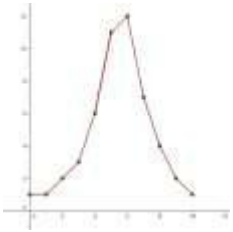
Ejemplo
Representar los valores de la tablas siguientes en una gráfica

Kg de patatas	1	2	3	4	5
Precio en €	2	4	6	8	10



En esa gráfica podemos observar que a medida que compramos más kilos de patatas el precio se va incrementando.

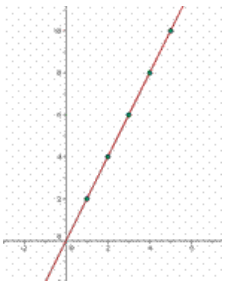
Nota	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº de alumnos	1	1	2	3	6	11	12	7	4	2	1



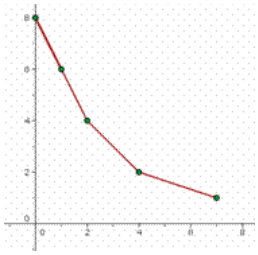
En esta gráfica observamos que la mayor parte de los alumnos obtienen una nota comprendida entre 4 y 7.

1.3.1. Tipos de gráficas

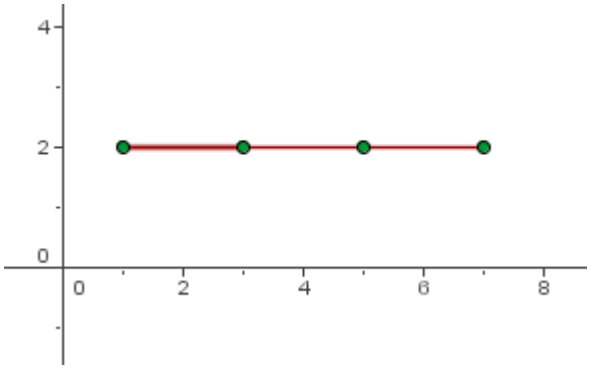
a) Gráfica creciente.
Una gráfica es creciente si al aumentar la variable independiente aumenta la otra variable.



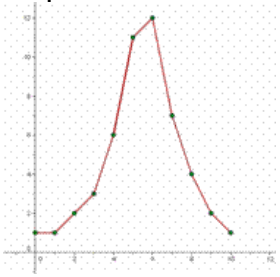
b) Gráfica decreciente.
Una gráfica es decreciente si al aumentar la variable independiente disminuye la otra variable.



c) Gráfica constante.
Una gráfica es constante si al variar la variable independiente la otra permanece invariable.

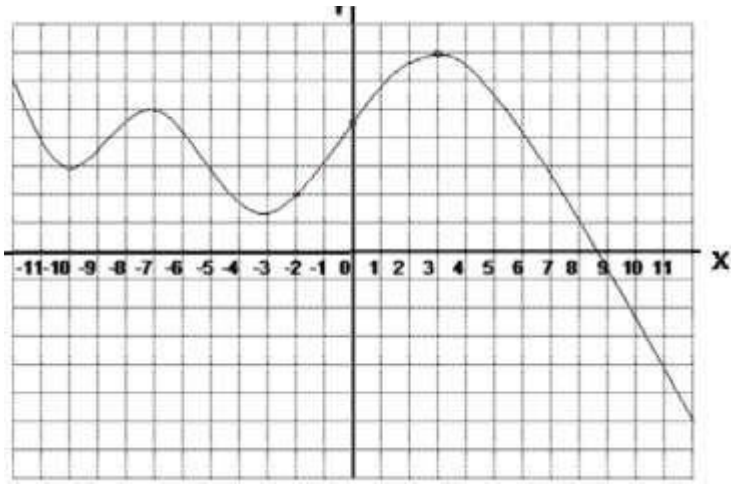


Una gráfica puede tener a la vez partes crecientes y decrecientes



Actividad 3

Observa la grafica siguiente y determina:
a) Su valor en los puntos x = -2 , x = 0 y x = 3.
b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento
c) Los valores de x en los que se alcanzan puntos de máximo o de mínimo.



a) Su valor en los puntos x = -2 , x = 0 y x = 3.
Los pares son (-2,2), (0,4'5) y (3,7).
b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento

Crecimiento: $]-\infty,-10[\cup]-7,-3[\cup]3,+\infty[$

Decrecimiento: $]-10,-7[\cup]-3,3[$

c) Los valores de x en los que se alcanzan puntos de máximo o de mínimo. Mínimos para x = -10 y x = -3. Máximos para x = -7 y x= 3. Observa que los puntos en los que se alcanza un mínimo son (-10,3) y (-3,1'5) y los puntos en la que se alcanza un máximo son (-7,5) y (3,7)

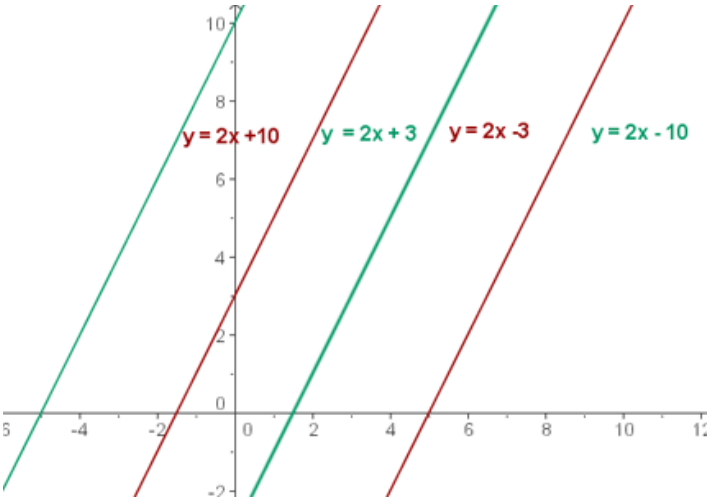
FUNCIÓN LINEAL AFIN

Son del tipo y = mx + n

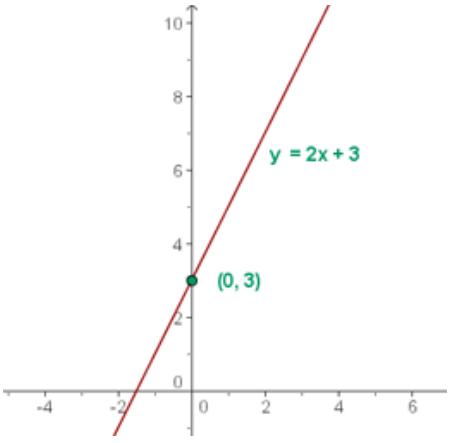
m es la **pendiente** de la recta.

La **pendiente** es la **inclinación** de la recta con respecto al eje de abscisas.

Dos **rectas paralelas** tienen la misma **pendiente**.



n es la ordenada en el origen y nos indica el punto de corte de la recta con el eje de ordenadas.

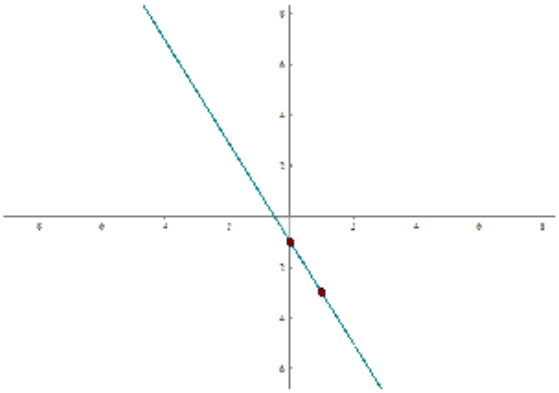


Ç

Ejercicios resueltos

y = -2x - 1

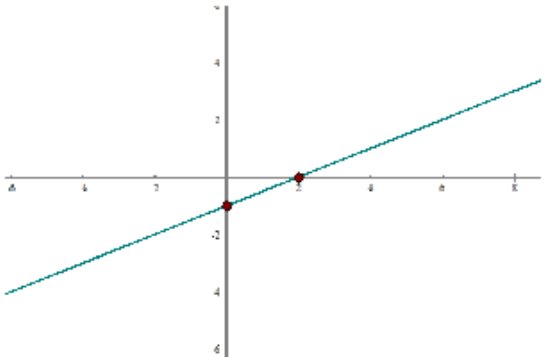
x	y = -2x-1
0	-1
1	-3



Representa la función afín:

y = ½x - 1

x	y = ½x-1
0	-1
2	0

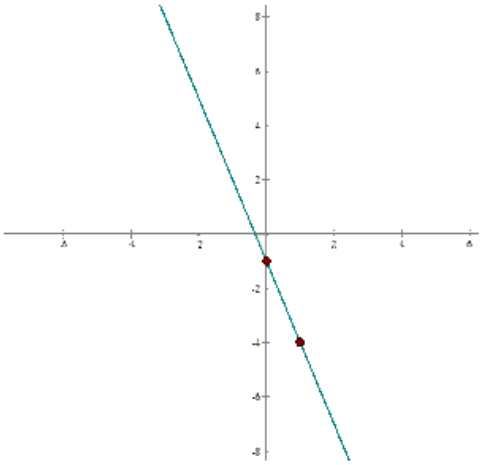


Representa la siguiente función, sabiendo que:

Tiene pendiente -3 y ordenada en el origen -1.

- y = -3x -1

x	y = -3x-1
0	-1
1	-4

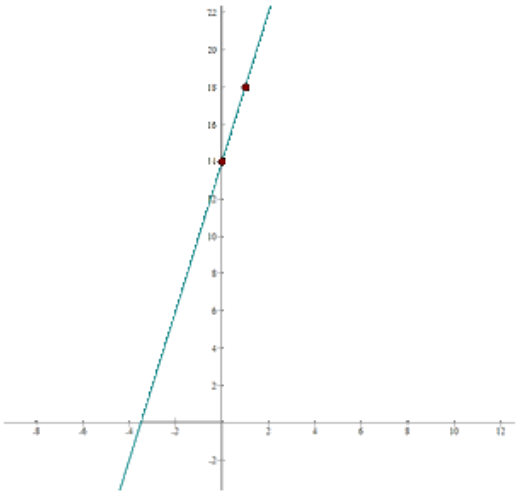


Representa la siguiente función, sabiendo que:

Tiene por pendiente 4 y pasa por el punto (-3, 2).

- $y = 4x + n$ $\quad 2 = 4 \cdot (-3) + n$
- **$y = 4x + 14$** $\quad n = 14$

x	y = 4 x +14
0	14
1	18

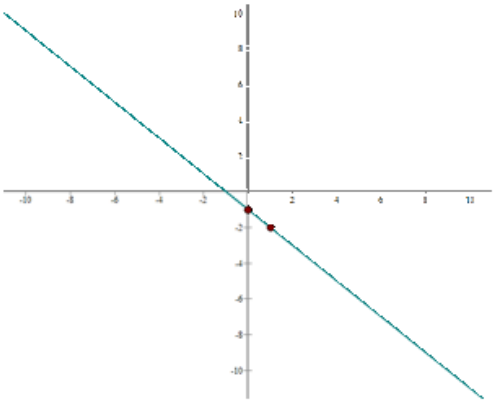


Representa la siguiente función, sabiendo que:

Pasa por los puntos A(-1, 5) y B(3, 7).

- $5 = -m + n$ $\quad -5 = m - n$
- $7 = 3m + n$ $\quad 7 = 3m + n$
- $2 = 4m$ $\quad$ **$m = ½$** $\quad$ **$n = 11/2$**
- **$y = ½x + 11/2$**

x	y = ½x + 11/2
0	-1
1	-2

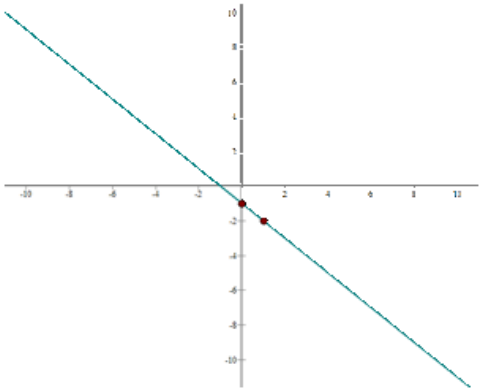


Representa la siguiente función, sabiendo que:

Pasa por el punto P(2, -3) y es paralela a la recta de ecuación y = -x + 7.

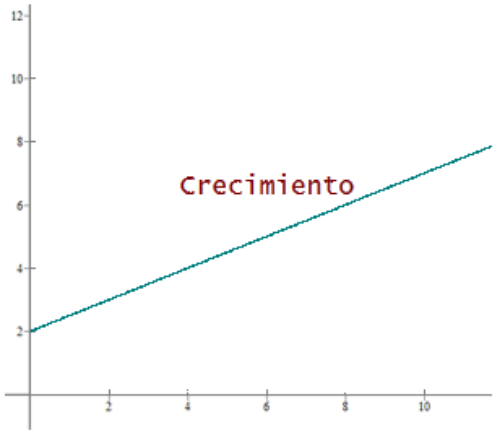
- $m = -1$
- $-3 = -1 \cdot (-2) + n$ $\quad n = -1$
- **$y = -x - 1$**

x	y = -x -1
0	-1
1	-2



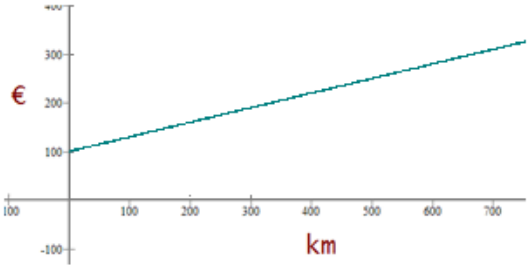
En las 10 primeras semanas de cultivo de una planta, que medía 2 cm, se ha observado que su crecimiento es directamente proporcional al tiempo, viendo que en la primera semana ha pasado a medir 2.5 cm. Establecer una función a fin que dé la altura de la planta en función del tiempo y representar gráficamente.

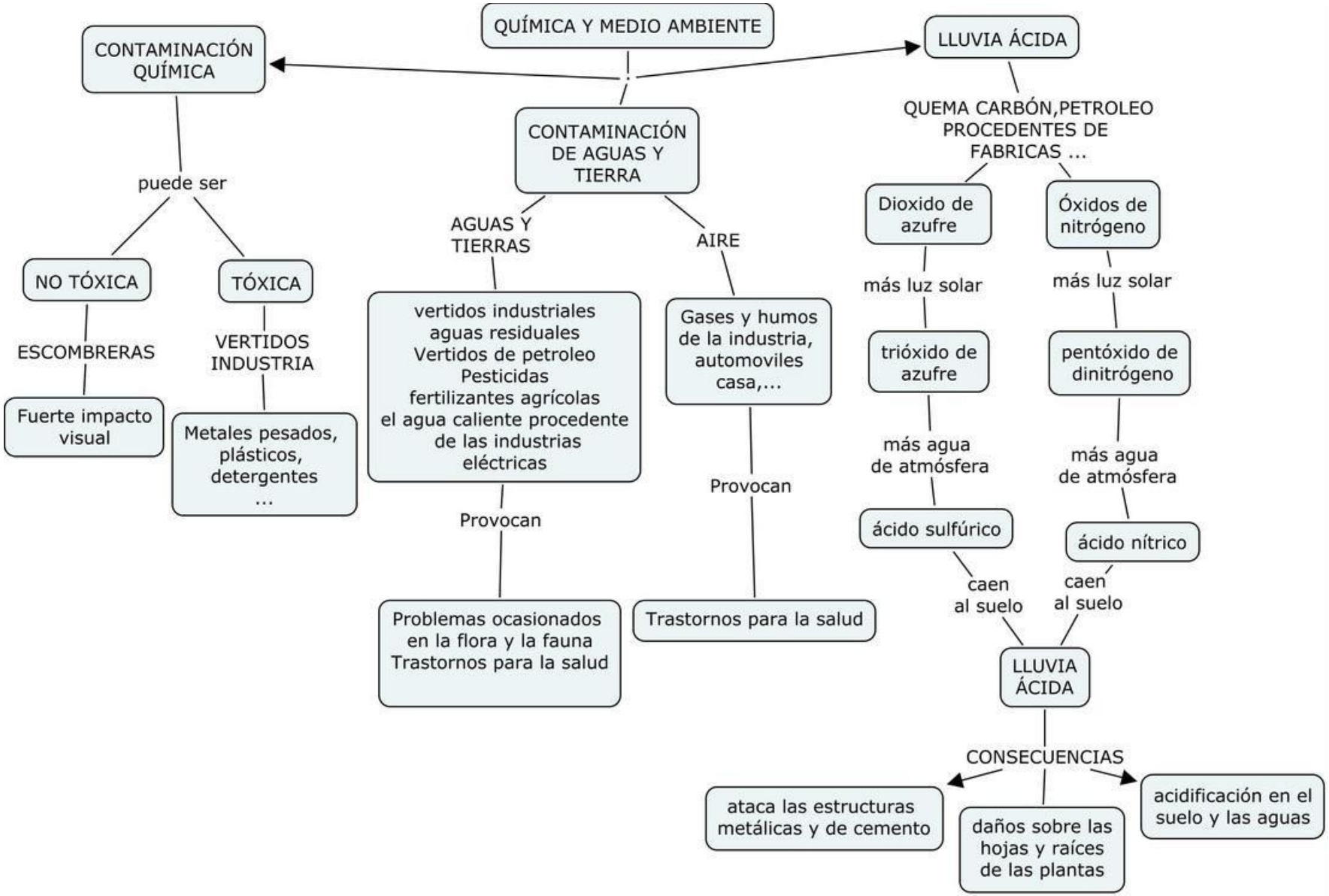
- Altura inicial = 2cm
- Crecimiento semanal = 2.5 - 2 = 0.5
- **y= 0.5 x + 2**

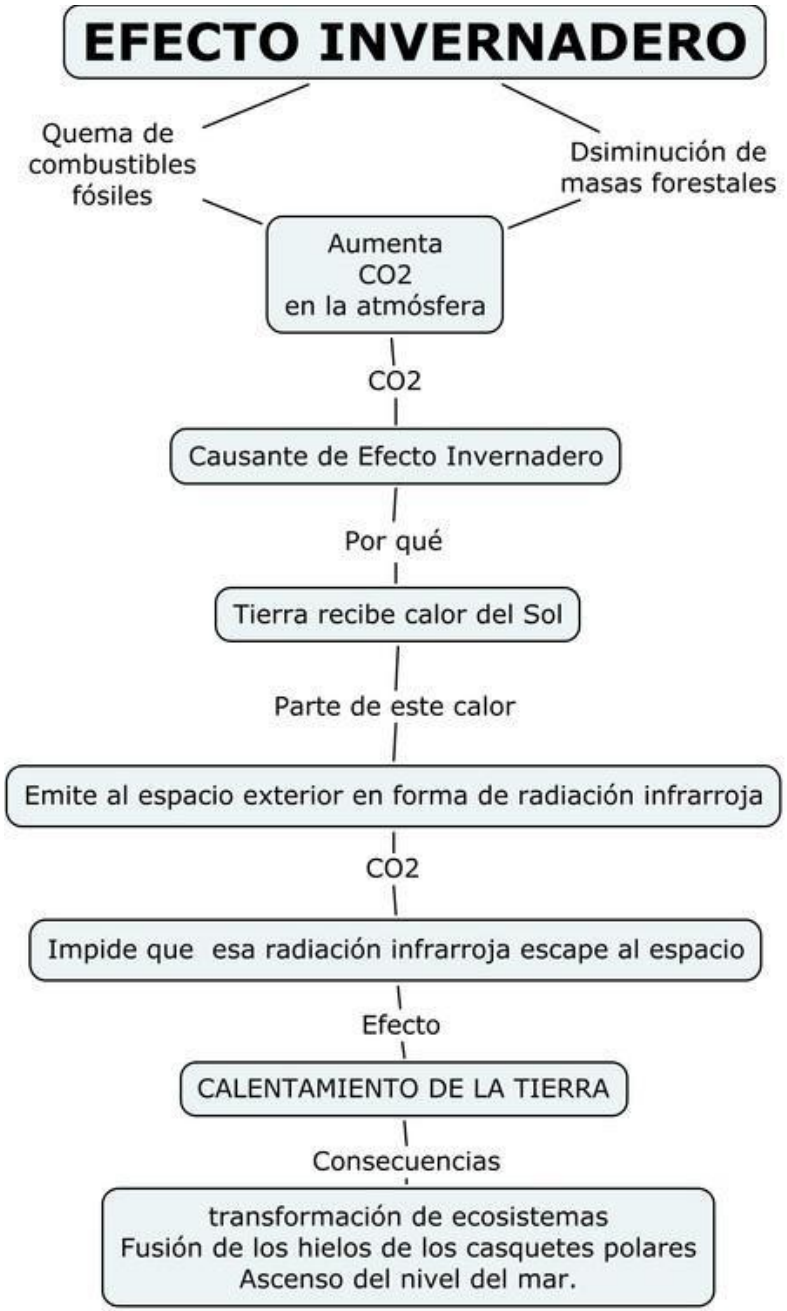


Por el alquiler de un coche cobran 100 € diarios más 0.30 € por kilómetro. Encuentra la ecuación de la recta que relaciona el coste diario con el número de kilómetros y represéntala. Si en un día se ha hecho un total de 300 km, ¿qué importe debemos abonar?

- **y = 0.3 x +100**
- y = 0.3 · 300 + 100 = **190 €**




QUÍMICA Y MEDIO AMBIENTE
CONTAMINACIÓN QUÍMICA
puede ser
NO TÓXICA
ESCOMBRERAS
Fuerte impacto visual
TÓXICA
VERTIDOS INDUSTRIA
Metales pesados, plásticos, detergentes ...
CONTAMINACIÓN DE AGUAS Y TIERRA
AGUAS Y TIERRAS
vertidos industriales
aguas residuales
Vertidos de petroleo
Pesticidas
fertilizantes agrícolas
el agua caliente procedente de las industrias eléctricas
Provocan
Problemas ocasionados en la flora y la fauna
Trastornos para la salud
AIRE
Gases y humos de la industria, automoviles casa,...
Provocan
Trastornos para la salud
LLUVIA ÁCIDA
QUEMA CARBÓN,PETROLEO PROCEDENTES DE FABRICAS ...
Dioxido de azufre
más luz solar
trióxido de azufre
más agua de atmósfera
ácido sulfúrico
Óxidos de nitrógeno
más luz solar
pentóxido de dinitrógeno
más agua de atmósfera
ácido nítrico
caen al suelo
caen al suelo
LLUVIA ÁCIDA
CONSECUENCIAS
ataca las estructuras metálicas y de cemento
daños sobre las hojas y raíces de las plantas
acidificación en el suelo y las aguas



Antonio Gómez Jiménez

CAPA DE OZONO

Qué es

Región de la atmósfera, situada entre los 19 y los 48 Km. por encima de la superficie de la Tierra que contiene una proporción de 10 partes por millón de ozono

Para que sirve

Absorbe la radiación ultravioleta más peligrosa (responsable del bronceado y de las quemaduras cuando, en verano, nos exponemos al Sol).
Sin esta capa las radiaciones ultravioletas llegarían en su totalidad al nivel del suelo, aumentando las enfermedades cutáneas y los cánceres

Destrucción de la capa de ozono

A finales de los años 70 se descubrió que la capa de ozono estaba desapareciendo sobre la Antártida, lo que se conoce como agujero de ozono. Producido

Producido

Compuestos clorofluorcarbonados, sustancias que se emplean como refrigerantes en neveras y aparatos de aire acondicionado y como propelentes en sprays. Liberados en la atmósfera destruyen el ozono, convirtiéndolo en oxígeno normal que no detiene los rayos ultravioletas

Antonio Gómez Jiménez

FUNCIÓN CUADRATICA

Son funciones polinómicas es de segundo grado, siendo su gráfica una parábola.

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Representación gráfica de la parábola

Podemos construir una parábola a partir de estos puntos:

1. Vértice

$$x_v = \frac{-b}{2a} \qquad y_v = f\left(\frac{-b}{2a}\right) \qquad V\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$$

Por el vértice pasa el eje de simetría de la parábola.

La ecuación del eje de simetría es:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

2. Puntos de corte con el eje OX

En el eje de abscisas la segunda coordenada es cero, por lo que tendremos:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Resolviendo la ecuación podemos obtener:

Dos puntos de corte: $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$ **si** $b^2 - 4ac > 0$

Un punto de corte: $(x_1, 0)$ **si** $b^2 - 4ac = 0$

Ningún punto de corte si $b^2 - 4ac < 0$

3. Punto de corte con el eje OY

En el eje de ordenadas la primera coordenada es cero, por lo que tendremos:

$f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = c$ $\qquad (0,c)$

EJEMPLO

Representar la función $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

1. Vértice

$x_v = -(-4)/2 = 2 \qquad y_v = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1$

V(2, −1)

2. Puntos de corte con el eje OX

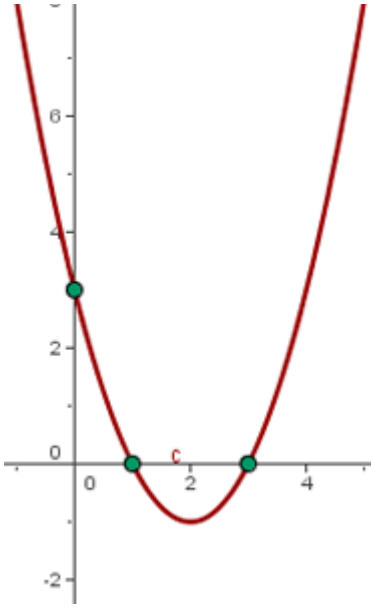
$x^2 - 4x + 3 = 0$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} \quad \begin{matrix} x_1 = 3 \\ x_2 = 1 \end{matrix}$$

(3 , 0) **(1 , 0)**

3. Punto de corte con el eje OY

(0 , 3)



EJERCICIOS RESUELTOS

Representa gráficamente las funciones cuadráticas:

1. $y = -x^2 + 4x - 3$

1. Vértice

$x_v = -4 / -2 = 2$ $y_v = -2^2 + 4 \cdot 2 - 3 = 1$ **V(2, 1)**

2. Puntos de corte con el eje OX.

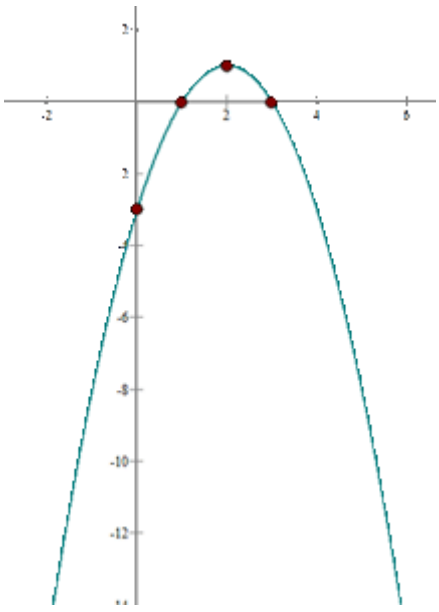
$x^2 - 4x + 3 = 0$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} \quad \begin{matrix} x_1 = 3 \\ x_2 = 1 \end{matrix}$$

(3 , 0) **(1 , 0)**

3. Punto de corte con el eje OY.

(0, −3)



2. $y = x^2 + 2x + 1$

1. Vértice

$x_v = -2/2 = -1$ $y_v = (-1)^2 + 2\cdot(-1) + 1 = 0$ **V(−1, 0)**

2. Puntos de corte con el eje OX.

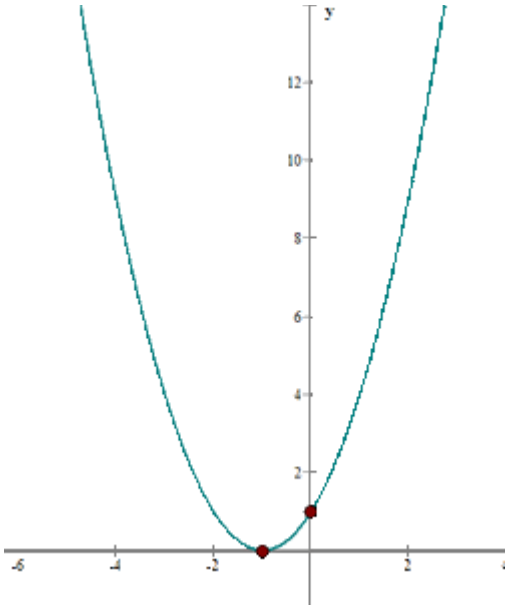
$x^2 + 2x + 1 = 0$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4}}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

Coincide con el vértice: (−1, 0)

3. Punto de corte con el eje OY.

(0, 1)



3. - $y = x^2 + x + 1$

1. Vértice

$x_v = -1/2$ $y_v = (-1/2)^2 + (-1/2) + 1 = 3/4$

V(-1/ 2, 3/ 4)

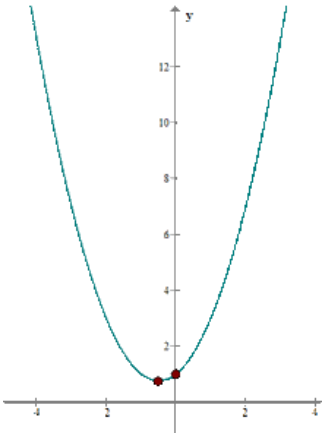
2. Puntos de corte con el eje OX.

$x^2 + x + 1 = 0$

$1^2 - 4 < 0$ No hay puntos de corte con OX.

3. Punto de corte con el eje OY.

(0, 1)

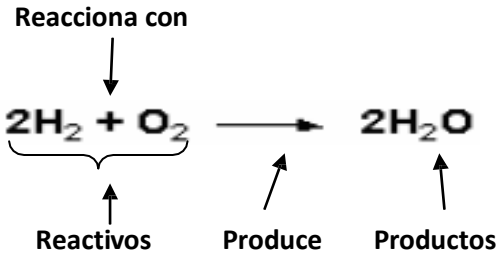


REACCIONES QUIMICAS Y ECUACIONES QUIMICAS

Una reacción química es un proceso en el cual una sustancia o sustancias se transforman y se forman una o más sustancias nuevas

Las ecuaciones químicas so el modo de representar a las reacciones químicas.

Por ejemplo el hidrógeno gas (H2) puede reaccionar con oxígeno gas (O2) para dar agua (H20). La ecuación química para esta reacción se escribe:



AJUSTE DE REACCIONES QUIMICAS

Pasos a seguir:

1. **Asigna una letra a cada coeficiente estequiométrico. Conviene asignarlas por orden alfabético de izquierda a derecha.**

2. **Cogemos el primer elemento de la izquierda y planteamos la ecuación que representa el balance de átomos de dicho elemento: número de átomos del elemento en la izquierda = número de átomos del elemento en la derecha**

3. **Continuando por la izquierda de la reacción química, planteamos otra ecuación para el siguiente elemento diferente. De esta forma tendremos el balance de átomos de todos los elementos diferentes que existen en la reacción química.**

4. **Siempre tendremos una ecuación menos que incógnitas. En algún caso podríamos obtener más ecuaciones pero si nos fijamos bien veremos que algunas son equivalentes.**

5. **Asignamos el valor 1 a la letra (incógnita) que queramos.**

6. **Resolvemos el resto de las ecuaciones.**

7. **Si en los resultados tenemos decimales o fracciones, debemos multiplicar todas las incógnitas por un mismo número de tal forma que desaparezcan los decimales o las fracciones.**

EJERCICIOS DE AJUSTE DE ECUACIONES

1. **Ajusta las reacciones químicas:**

a) $Na_2SO_4 + BaCl_2 \rightarrow NaCl + BaSO_4$

a) **a** Na_2SO_4 + **b** $BaCl_2$ → **c** NaCl + **d** $BaSO_4$
Na : 2a = c
S : a = d
O : 4a = 4d (igual a la anterior)
Ba: b = d
Cl: 2b = c
Por tanto , las ecuaciones son: 2a = c ; a = d ; b = d ; 2b = c
Si asignamos a 'd' el valor 1: d=1, quedará
a = d ➔ a =1
b = d ➔ b= 1
2 · b = c ➔ 2 · 1 = c ➔ c = 2
La ecuación ajustada es la siguiente: $Na_2SO_4 + BaCl_2 \rightarrow 2NaCl + BaSO_4$

b) $FeS + O_2 \rightarrow Fe_2O_3 + SO_2$

b) **a** FeS + **b** O_2 → **c** Fe_2O_3 + **d** SO_2
Fe : a = 2c
S : a = d
O : 2b = 3c + 2d
Por tanto, las ecuaciones son: a = 2c ; a = d ; 2b = 3c + 2d
Si asignamos a 'a' el valor 1: a = 1, quedará
a = 2·c ➔ 1= 2·c ➔ 1 / 2 = c ➔ c = 0,5
a = d ➔ 1 = d ➔ d = 1
2b = 3c + 2d ➔ 2b = 3 · 0,5 + 2·1 ➔ 2b = 1,5 + 2 ➔2b = 3,5 ➔ b =
➔ b = 1,75
Para evitar números fraccionarios, multiplicamos por cuatros todos lo
a = 1·4 ➔ a = 4
b = 1,75·4 ➔ b = 7
c = 0,5·4 ➔ c = 2
d = 1·4 ➔ d = 4
La ecuación ajustada es la siguiente : $4FeS + 7O_2 \rightarrow 2Fe_2O_3 + 4SO_2$

c) $Al + H_2SO_4 \rightarrow Al_2(SO_4)_3 + H_2$

c) **a** Al + **b** $H_2SO_4 \rightarrow$ **c** $Al_2(SO_4)_3$ + **d** H_2
Al : a = 2c
H : 2b = 2d
S : b = 3c
O : 4b = 12c
Por tanto , las ecuaciones son: a = 2c ; b = d ; b = 3c
Si asignamos a 'd' el valor 1: d=1, quedará
b = d ➔ b = 1
b = 3·c ➔ 1 = 3·c ➔ 1/3 = c ➔ c = 1/3
a = 2·c ➔ a = 2· 1/3 ➔ a = 2/3
Para eliminar las fracciones debemos multiplicar por tres los coeficientes:
d = 1 · 3 ➔ d = 3
b = 1·3 ➔ b = 3
c = 1/3 · 3 ➔ c = 1
a = 2/3 · 3 ➔ a = 2
La ecuación ajustada queda : $2Al + 3H_2SO_4 \rightarrow Al_2(SO_4)_3 + 3H_2$

d) $Al + HCl \rightarrow AlCl_3 + H_2$

d) **a** Al + **b** $HCl \rightarrow$ **c** $AlCl_3$ + **d** H_2
Al : a = c
H : b = 2d
Cl : b = 3c
Por tanto , las ecuaciones son: a = c ; b = 2d ; b = 3c
Si asignamos a 'c' el valor 1: c = 1, quedará
a =c ➔ a = 1
b = 3 · c ➔ b = 3 · 1 ➔ b = 3
b=2·d ➔ 3 = 2·d ➔ 3/2 = d ➔ 1,5 = d ➔ d = 1,5
Para eliminar los decimales debemos multiplicar por dos los coeficientes:
c = 1 · 2 ➔ c = 2
a = 1 · 2 ➔ a = 2
b = 3 · 2 ➔ b = 6
d = 1,5 · 2 ➔ d = 3
La ecuación ajustada queda : $2Al + 6HCl \rightarrow 2AlCl_3 + 3H_2$

EJERCICIOS

2. Ajusta la reacción química: $N_2 + H_2 \rightarrow NH_3$

3. Ajusta la reacción química: $Na + H_2O \rightarrow NaOH + H_2(g)$

4. Ajusta las reacciones químicas:
   a) $H_2S + O_2 \rightarrow SO_2 + H_2O$
   b) $C_5H_{12} + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$
   c) $(NH_4)_2SO_4 + NaOH \rightarrow Na_2SO_4 + NH_3 + H_2O$
   d) $HCl + MnO_2 \rightarrow Cl_2 + MnCl_2 + H_2O$

5. Ajusta la reacción química: $Na_2CO_3 + HCl \rightarrow NaCl + CO_2 + H_2O$

6. Ajusta la reacción química: $H_2 + O_2 \rightarrow H_2O$

7. Ajusta la reacción química: $H_2SO_4 + Al \rightarrow Al_2(SO_4)_3 + H_2(g)$

8. Ajusta la reacción química: $NaCl + H_2SO_4 \rightarrow Na_2SO_4 + HCl$

9. Ajusta la reacción química: $CaCO_3 + HCl \rightarrow CaCl_2 + CO_2 + H_2O$

SOLUCIONES

2.- La ecuación ajustada queda : $N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3$

3.- La reacción queda : $2Na + 2H_2O \rightarrow 2NaOH + H_2(g)$

4.a- La ecuación ajustada queda : $2H_2S + 3O_2 \rightarrow 2SO_2 + 2H_2O$

4.b.- La ecuación ajustada queda : $C_5H_{12} + 8O_2 \rightarrow 5CO_2 + 6H_2O$

4.c.- La ecuación queda : $(NH_4)_2SO_4 + 2NaOH \rightarrow Na_2SO_4 + 2NH_3 + 2H_2O$

4.d.- La ecuación queda : $4HCl + MnO_2 \rightarrow Cl_2 + MnCl_2 + 2H_2O$

5.- La ecuación queda : $Na_2CO_3 + 2HCl \rightarrow 2NaCl + CO_2 + H_2O$

6.- Ajustada, la reacción queda : $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$

7.- La ecuación queda : $3H_2SO_4 + 2Al \rightarrow Al_2(SO_4)_3 + 3H_2(g)$

8.- La ecuación queda : $2NaCl + H_2SO_4 \rightarrow Na_2SO_4 + 2HCl$

9.- Tras ajustarla : $CaCO_3 + 2HCl \rightarrow CaCl_2 + CO_2 + H_2O$

RELACIONES ESTEQUIOMETRICAS

Además de conocer el número de moléculas de cada sustancia que reaccionan o se producen en el transcurso de la reacción química, es posible establecer otras interpretaciones cuantitativas a partir de la ecuación ajustada.

$N_2 + 3H_2$ ----------$2\ NH_3$

Esos mismos coeficientes también representan el **número de moles** en la reacción.

El mol expresa cantidad de materia

1 mol de cualquier sustancia = **$6{,}022 \cdot 10^{23}$ moléculas de la misma**

Nº de Avogadro

Entonces en: $N_2 + 3H_2$ ----------$2\ NH_3$

Podremos decir que **1 mol de Nitrógeno** REACCIONA con **1mol de Hidrogeno** PRODUCE **2 moles de amoniaco**

Pero todavía queda una relación más por obtener, **la relación de estequiometria en masa**

Permite realizar cálculos de cantidades reaccionantes o producidas en los procesos tanto de laboratorio como industriales, pero para esto hay que calcular previamente la masa molecular de cada sustancia.

Masa molar = masa atómica x nº átomos

Ejemplo

H2O

Masa molar hidrogeno = 1 x 2 = 2

Masa atómica — Nº átomos

Masa molar oxigeno = 16 x 1 = 16

Total = 18

Masa molecular 18 uma

Masa molar 18 gramos

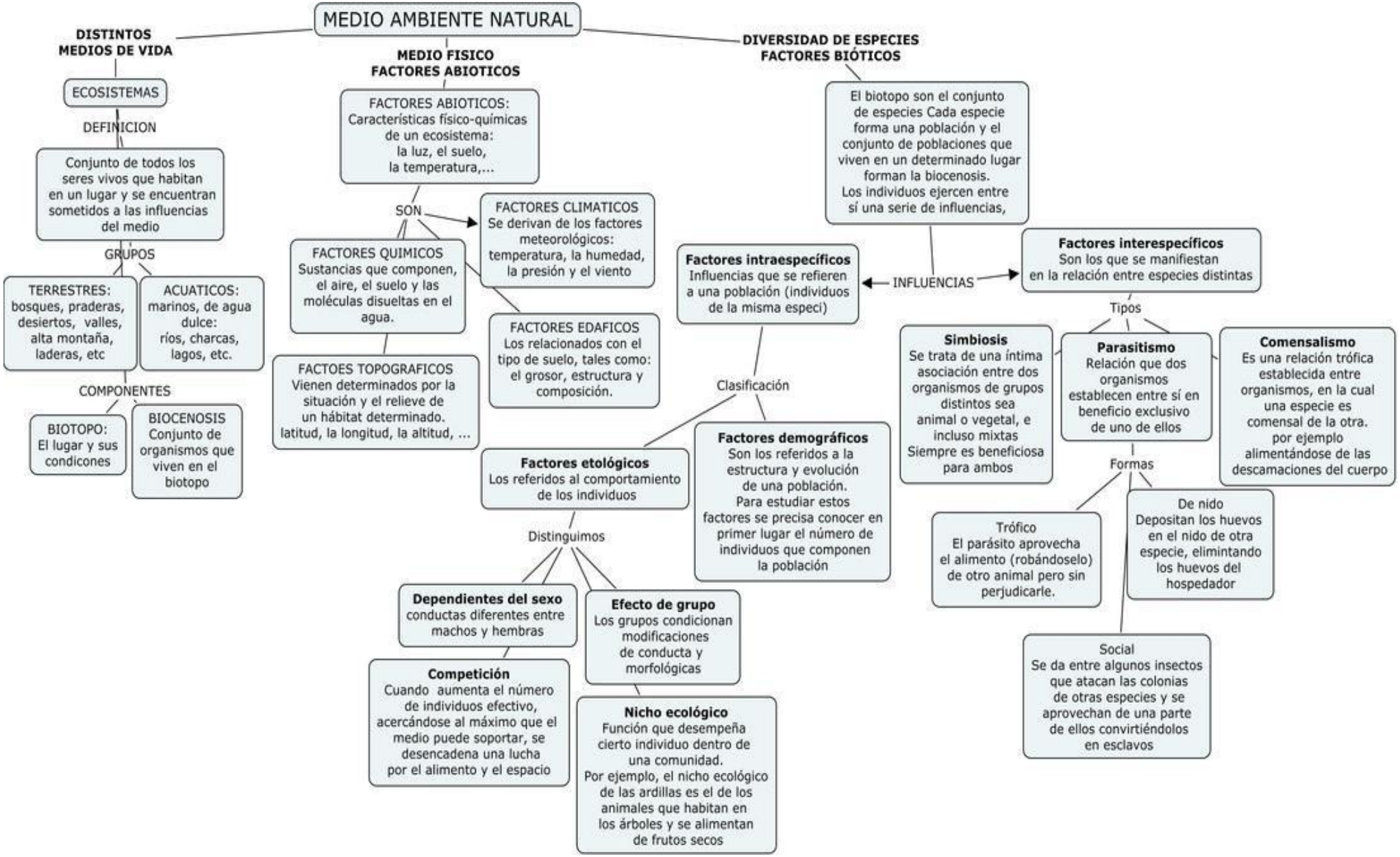
Calcula los gramos de la siguiente reacción química

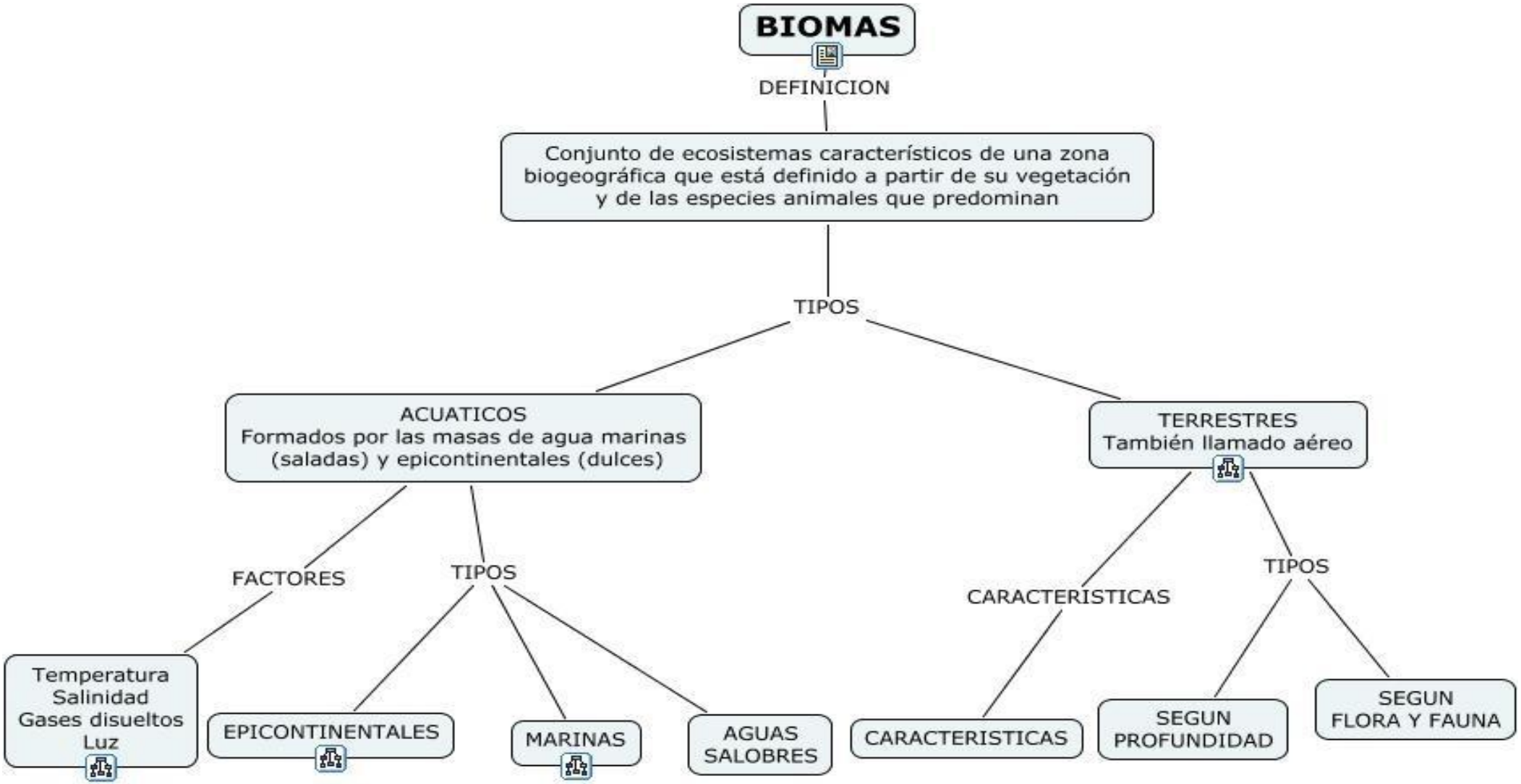
N2 + 3H2 ----------2 NH3

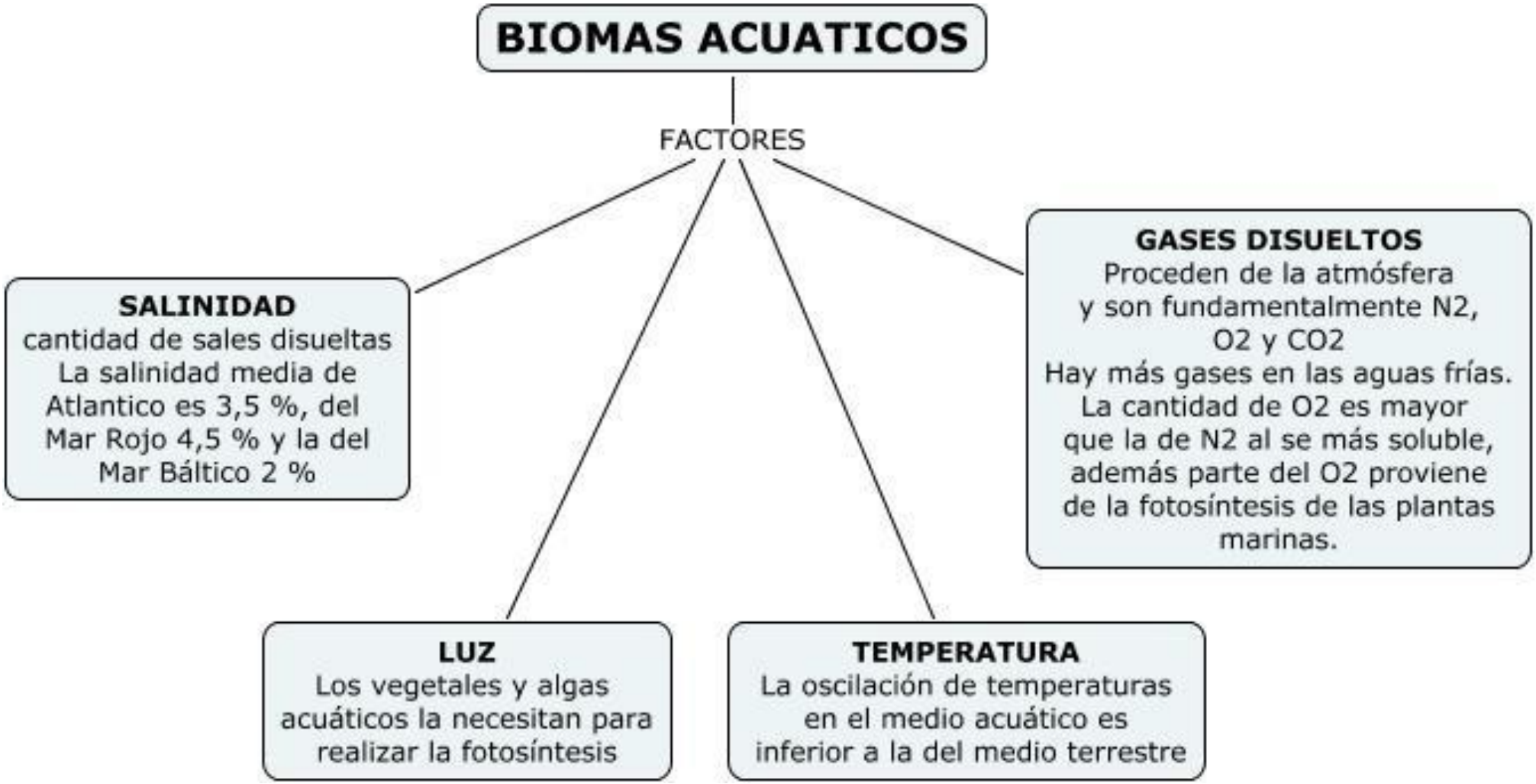
28 grs 6 grs

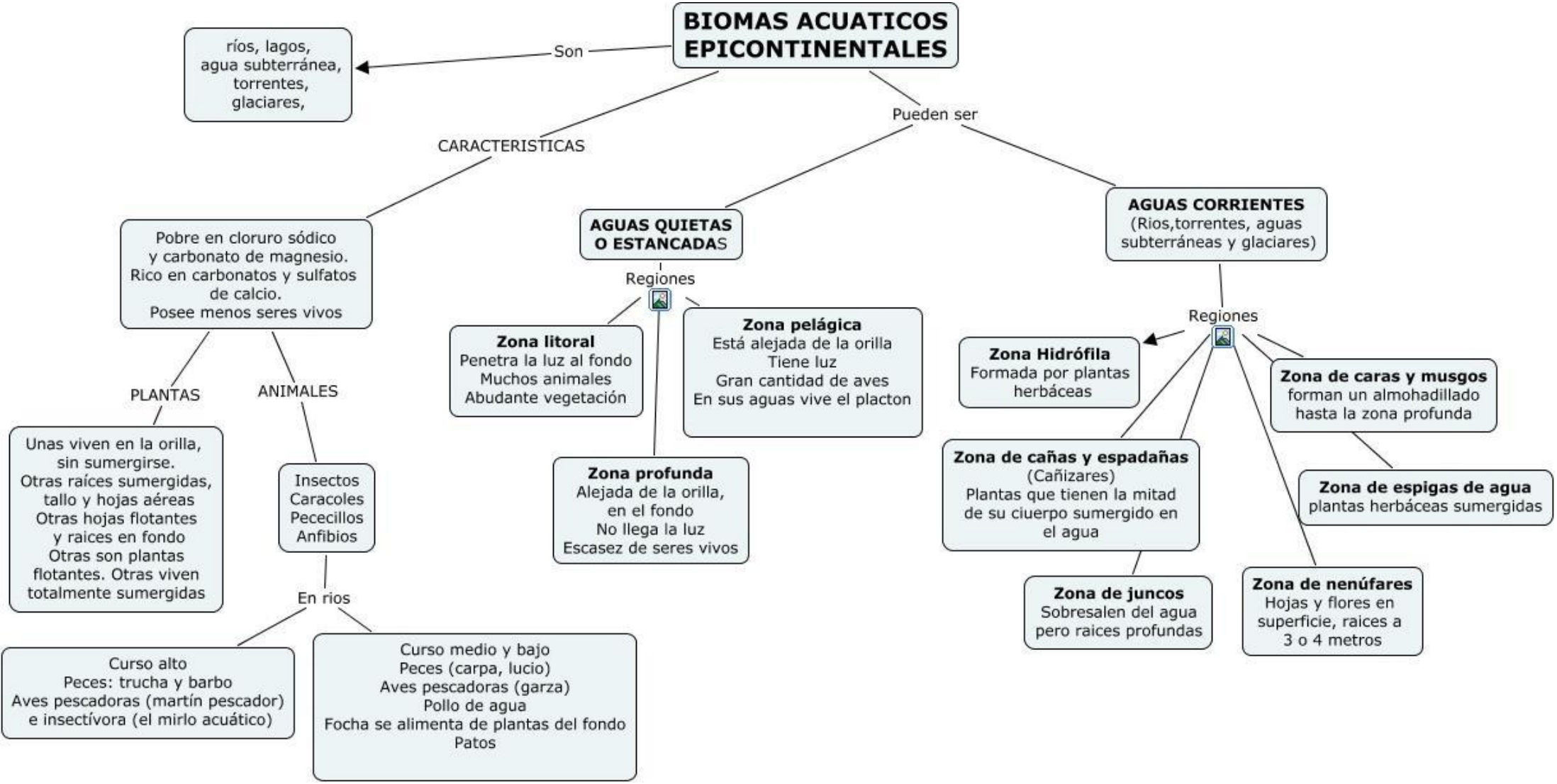
N2 : Masa molar del nitrógeno 14.
Masa molar= 2 x 14 = 28 gramos

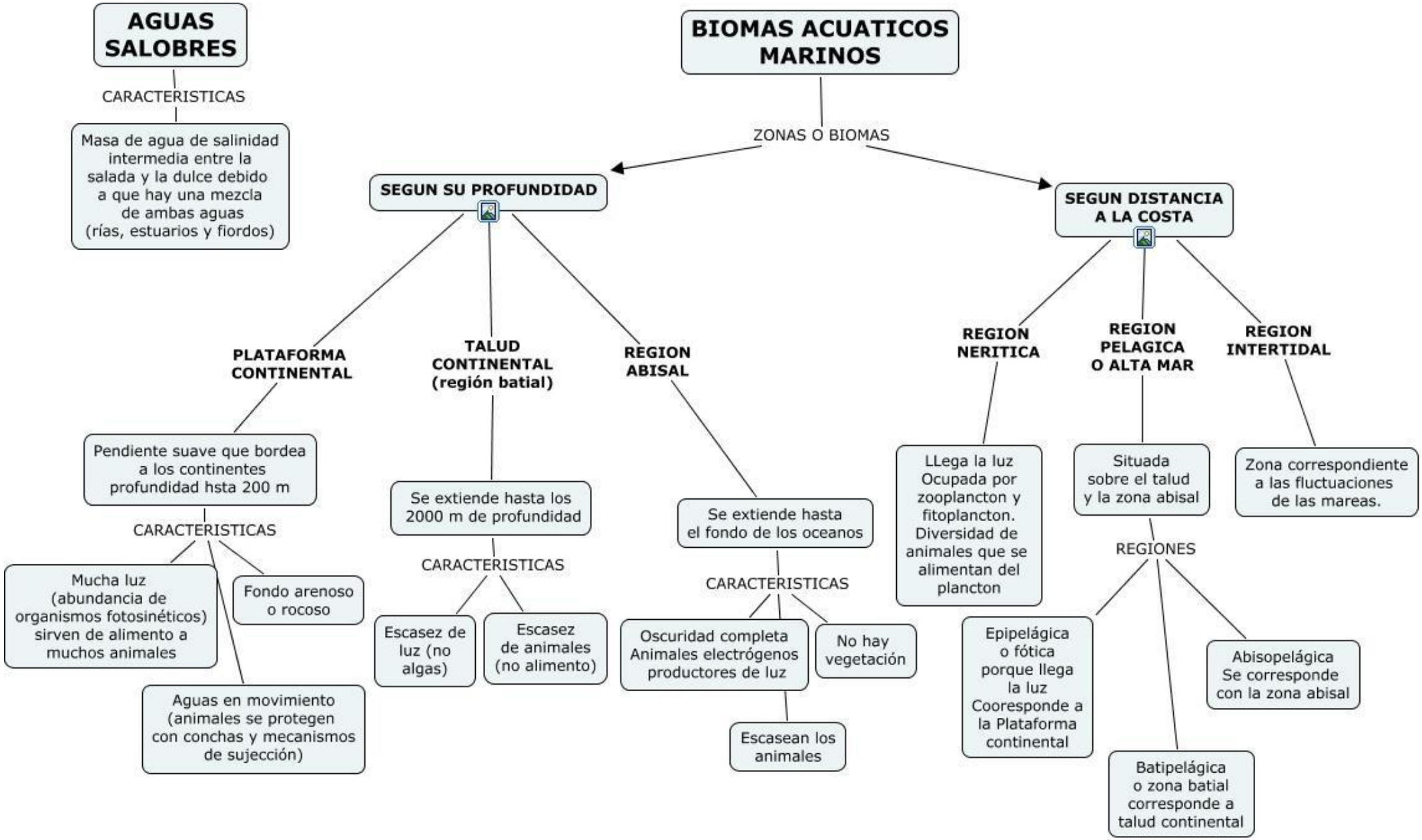
$3H_2$ Masa molar del hidrogeno 1
Masa molar = 6 x 1 = 6 gramos

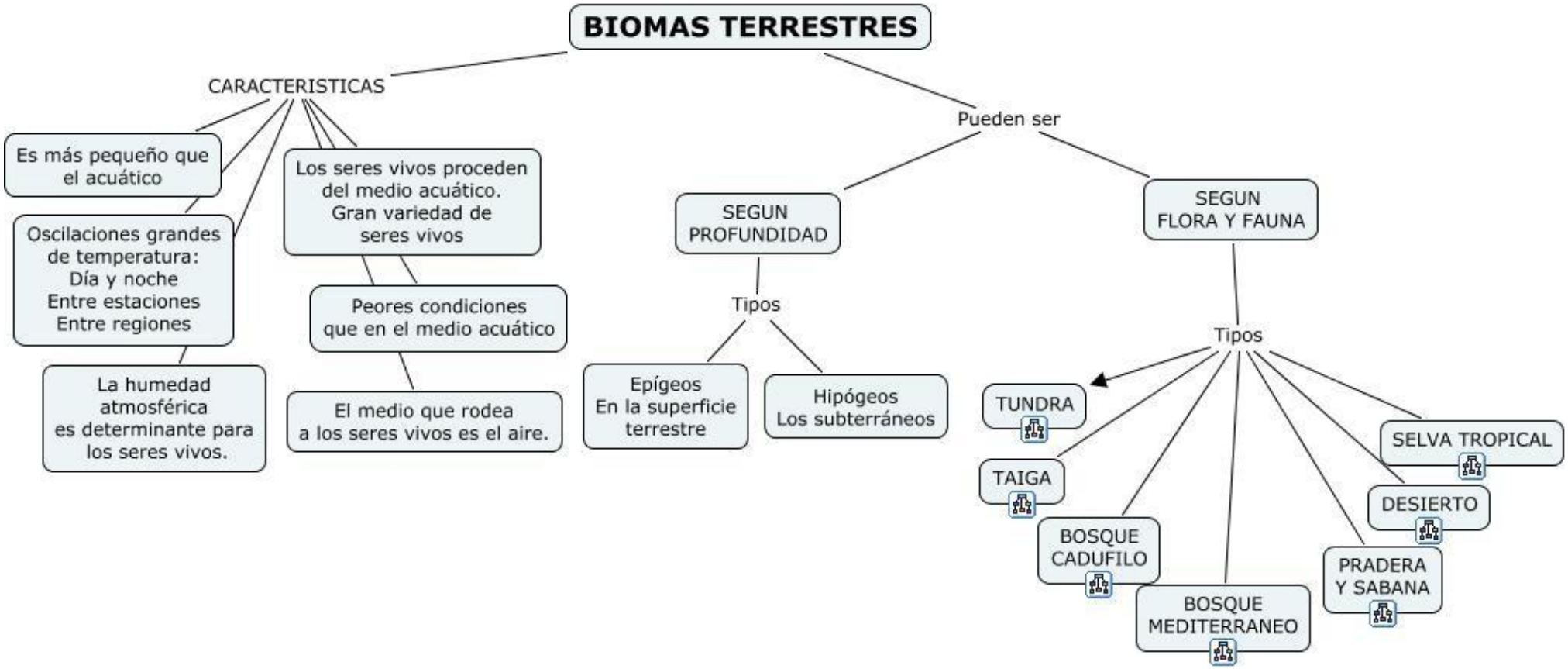

MEDIO AMBIENTE NATURAL
DISTINTOS MEDIOS DE VIDA
ECOSISTEMAS
DEFINICION
Conjunto de todos los seres vivos que habitan en un lugar y se encuentran sometidos a las influencias del medio
GRUPOS
TERRESTRES: bosques, praderas, desiertos, valles, alta montaña, laderas, etc
ACUATICOS: marinos, de agua dulce: ríos, charcas, lagos, etc.
COMPONENTES
BIOTOPO: El lugar y sus condicones
BIOCENOSIS Conjunto de organismos que viven en el biotopo
MEDIO FISICO FACTORES ABIOTICOS
FACTORES ABIOTICOS: Características físico-químicas de un ecosistema: la luz, el suelo, la temperatura,...
SON
FACTORES CLIMATICOS Se derivan de los factores meteorológicos: temperatura, la humedad, la presión y el viento
FACTORES QUIMICOS Sustancias que componen, el aire, el suelo y las moléculas disueltas en el agua.
FACTORES EDAFICOS Los relacionados con el tipo de suelo, tales como: el grosor, estructura y composición.
FACTOES TOPOGRAFICOS Vienen determinados por la situación y el relieve de un hábitat determinado. latitud, la longitud, la altitud, ...
DIVERSIDAD DE ESPECIES FACTORES BIÓTICOS
El biotopo son el conjunto de especies Cada especie forma una población y el conjunto de poblaciones que viven en un determinado lugar forman la biocenosis. Los individuos ejercen entre sí una serie de influencias,
INFLUENCIAS
Factores intraespecíficos Influencias que se refieren a una población (individuos de la misma especi)
Clasificación
Factores etológicos Los referidos al comportamiento de los individuos
Distinguimos
Dependientes del sexo conductas diferentes entre machos y hembras
Competición Cuando aumenta el número de individuos efectivo, acercándose al máximo que el medio puede soportar, se desencadena una lucha por el alimento y el espacio
Efecto de grupo Los grupos condicionan modificaciones de conducta y morfológicas
Nicho ecológico Función que desempeña cierto individuo dentro de una comunidad. Por ejemplo, el nicho ecológico de las ardillas es el de los animales que habitan en los árboles y se alimentan de frutos secos
Factores demográficos Son los referidos a la estructura y evolución de una población. Para estudiar estos factores se precisa conocer en primer lugar el número de individuos que componen la población
Factores interespecíficos Son los que se manifiestan en la relación entre especies distintas
Tipos
Simbiosis Se trata de una íntima asociación entre dos organismos de grupos distintos sea animal o vegetal, e incluso mixtas Siempre es beneficiosa para ambos
Parasitismo Relación que dos organismos establecen entre sí en beneficio exclusivo de uno de ellos
Comensalismo Es una relación trófica establecida entre organismos, en la cual una especie es comensal de la otra. por ejemplo alimentándose de las descamaciones del cuerpo
Formas
Trófico El parásito aprovecha el alimento (robándoselo) de otro animal pero sin perjudicarle.
De nido Depositan los huevos en el nido de otra especie, elimintando los huevos del hospedador
Social Se da entre algunos insectos que atacan las colonias de otras especies y se aprovechan de una parte de ellos convirtiéndolos en esclavos

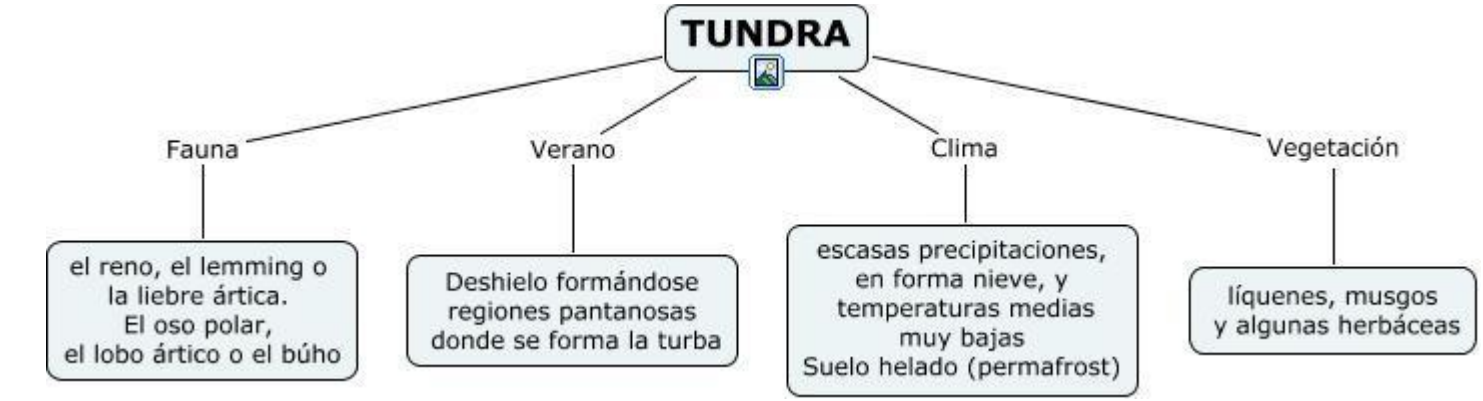

BIOMAS
DEFINICION
Conjunto de ecosistemas característicos de una zona biogeográfica que está definido a partir de su vegetación y de las especies animales que predominan
TIPOS
ACUATICOS
Formados por las masas de agua marinas (saladas) y epicontinentales (dulces)
TERRESTRES
También llamado aéreo
FACTORES
TIPOS
CARACTERISTICAS
TIPOS
Temperatura
Salinidad
Gases disueltos
Luz
EPICONTINENTALES
MARINAS
AGUAS SALOBRES
CARACTERISTICAS
SEGUN PROFUNDIDAD
SEGUN FLORA Y FAUNA

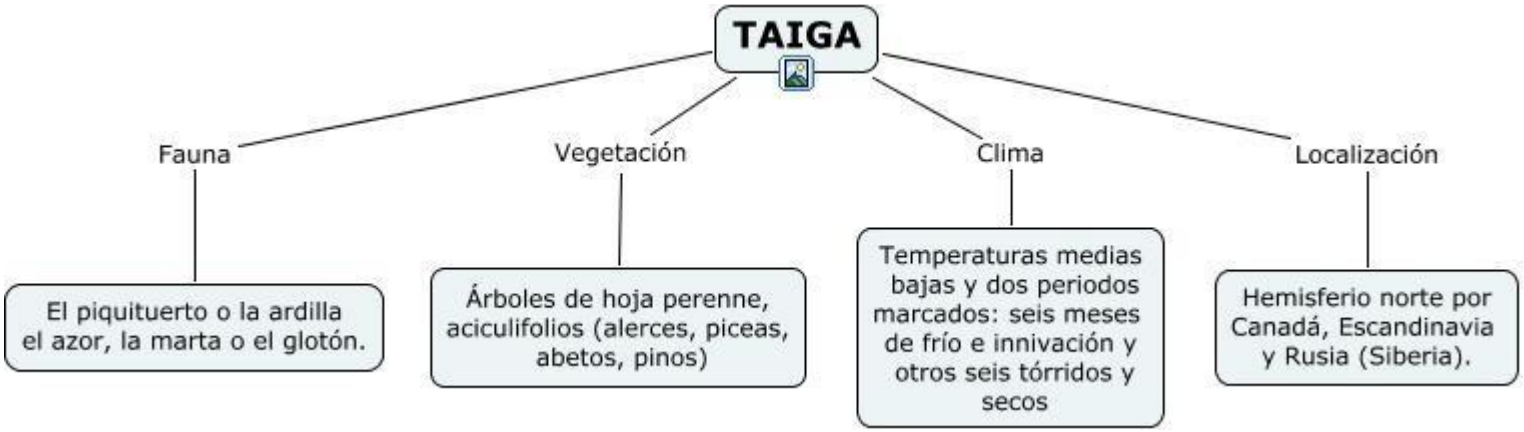

BIOMAS ACUATICOS
FACTORES
SALINIDAD
cantidad de sales disueltas
La salinidad media de Atlantico es 3,5 %, del Mar Rojo 4,5 % y la del Mar Báltico 2 %
GASES DISUELTOS
Proceden de la atmósfera y son fundamentalmente N2, O2 y CO2
Hay más gases en las aguas frías.
La cantidad de O2 es mayor que la de N2 al se más soluble, además parte del O2 proviene de la fotosíntesis de las plantas marinas.
LUZ
Los vegetales y algas acuáticos la necesitan para realizar la fotosíntesis
TEMPERATURA
La oscilación de temperaturas en el medio acuático es inferior a la del medio terrestre

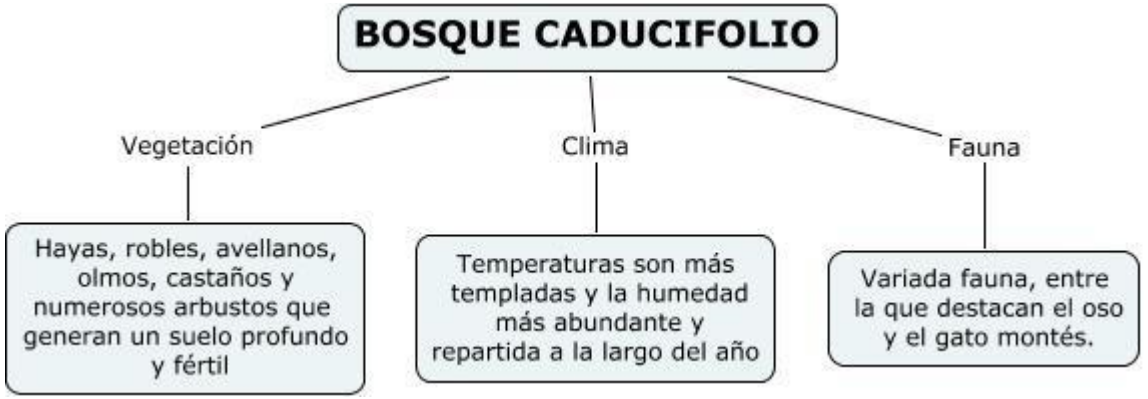

BIOMAS ACUATICOS EPICONTINENTALES
Son
ríos, lagos, agua subterránea, torrentes, glaciares,
CARACTERISTICAS
Pueden ser
Pobre en cloruro sódico y carbonato de magnesio. Rico en carbonatos y sulfatos de calcio. Posee menos seres vivos
PLANTAS
ANIMALES
Unas viven en la orilla, sin sumergirse. Otras raíces sumergidas, tallo y hojas aéreas Otras hojas flotantes y raices en fondo Otras son plantas flotantes. Otras viven totalmente sumergidas
Insectos Caracoles Pececillos Anfibios
En rios
Curso alto Peces: trucha y barbo Aves pescadoras (martín pescador) e insectívora (el mirlo acuático)
Curso medio y bajo Peces (carpa, lucio) Aves pescadoras (garza) Pollo de agua Focha se alimenta de plantas del fondo Patos
AGUAS QUIETAS O ESTANCADAS
Regiones
Zona litoral Penetra la luz al fondo Muchos animales Abudante vegetación
Zona pelágica Está alejada de la orilla Tiene luz Gran cantidad de aves En sus aguas vive el placton
Zona profunda Alejada de la orilla, en el fondo No llega la luz Escasez de seres vivos
AGUAS CORRIENTES (Rios,torrentes, aguas subterráneas y glaciares)
Regiones
Zona Hidrófila Formada por plantas herbáceas
Zona de caras y musgos forman un almohadillado hasta la zona profunda
Zona de cañas y espadañas (Cañizares) Plantas que tienen la mitad de su ciuerpo sumergido en el agua
Zona de espigas de agua plantas herbáceas sumergidas
Zona de juncos Sobresalen del agua pero raices profundas
Zona de nenúfares Hojas y flores en superficie, raices a 3 o 4 metros


BIOMAS ACUATICOS MARINOS
ZONAS O BIOMAS
AGUAS SALOBRES
CARACTERISTICAS
Masa de agua de salinidad intermedia entre la salada y la dulce debido a que hay una mezcla de ambas aguas (rías, estuarios y fiordos)
SEGUN SU PROFUNDIDAD
SEGUN DISTANCIA A LA COSTA
PLATAFORMA CONTINENTAL
TALUD CONTINENTAL (región batial)
REGION ABISAL
REGION NERITICA
REGION PELAGICA O ALTA MAR
REGION INTERTIDAL
Pendiente suave que bordea a los continentes profundidad hsta 200 m
Se extiende hasta los 2000 m de profundidad
Se extiende hasta el fondo de los oceanos
LLega la luz Ocupada por zooplancton y fitoplancton. Diversidad de animales que se alimentan del plancton
Situada sobre el talud y la zona abisal
Zona correspondiente a las fluctuaciones de las mareas.
CARACTERISTICAS
CARACTERISTICAS
CARACTERISTICAS
REGIONES
Mucha luz (abundancia de organismos fotosinéticos) sirven de alimento a muchos animales
Fondo arenoso o rocoso
Aguas en movimiento (animales se protegen con conchas y mecanismos de sujección)
Escasez de luz (no algas)
Escasez de animales (no alimento)
Oscuridad completa Animales electrógenos productores de luz
No hay vegetación
Escasean los animales
Epipelágica o fótica porque llega la luz Cooresponde a la Plataforma continental
Batipelágica o zona batial corresponde a talud continental
Abisopelágica Se corresponde con la zona abisal

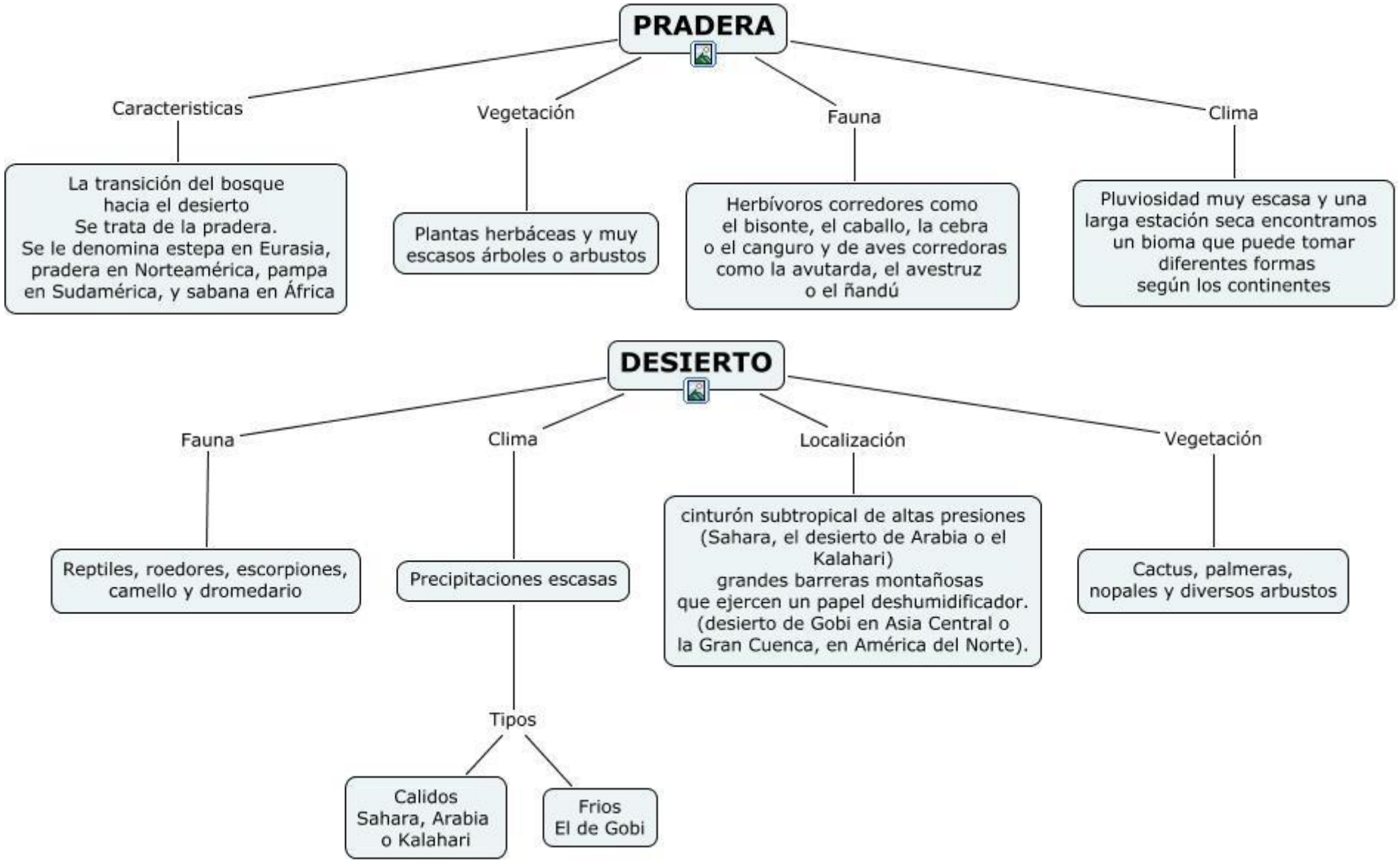

BIOMAS TERRESTRES
CARACTERISTICAS
Es más pequeño que el acuático
Oscilaciones grandes de temperatura: Día y noche Entre estaciones Entre regiones
La humedad atmosférica es determinante para los seres vivos.
Los seres vivos proceden del medio acuático. Gran variedad de seres vivos
Peores condiciones que en el medio acuático
El medio que rodea a los seres vivos es el aire.
Pueden ser
SEGUN PROFUNDIDAD
Tipos
Epígeos En la superficie terrestre
Hipógeos Los subterráneos
SEGUN FLORA Y FAUNA
Tipos
TUNDRA
TAIGA
BOSQUE CADUFILO
BOSQUE MEDITERRANEO
PRADERA Y SABANA
DESIERTO
SELVA TROPICAL


TUNDRA
Fauna
el reno, el lemming o la liebre ártica. El oso polar, el lobo ártico o el búho
Verano
Deshielo formándose regiones pantanosas donde se forma la turba
Clima
escasas precipitaciones, en forma nieve, y temperaturas medias muy bajas Suelo helado (permafrost)
Vegetación
líquenes, musgos y algunas herbáceas


TAIGA
Fauna
El piquituerto o la ardilla el azor, la marta o el glotón.
Vegetación
Árboles de hoja perenne, aciculifolios (alerces, piceas, abetos, pinos)
Clima
Temperaturas medias bajas y dos periodos marcados: seis meses de frío e innivación y otros seis tórridos y secos
Localización
Hemisferio norte por Canadá, Escandinavia y Rusia (Siberia).


BOSQUE CADUCIFOLIO
Vegetación
Clima
Fauna
Hayas, robles, avellanos, olmos, castaños y numerosos arbustos que generan un suelo profundo y fértil
Temperaturas son más templadas y la humedad más abundante y repartida a la largo del año
Variada fauna, entre la que destacan el oso y el gato montés.

BOSQUE MEDITERANEO
Vegetación
Clima
Fauna
bosque, de hoja perenne y resistente a la sequía estival La encina, el alcornoque o el roble quejigo
Zonas templadas, con la pluviosidad baja y la estación seca muy marcada
Reptiles, el conejo, el lince y numerosas rapaces


PRADERA
Caracteristicas
La transición del bosque hacia el desierto
Se trata de la pradera.
Se le denomina estepa en Eurasia, pradera en Norteamérica, pampa en Sudamérica, y sabana en África
Vegetación
Plantas herbáceas y muy escasos árboles o arbustos
Fauna
Herbívoros corredores como el bisonte, el caballo, la cebra o el canguro y de aves corredoras como la avutarda, el avestruz o el ñandú
Clima
Pluviosidad muy escasa y una larga estación seca encontramos un bioma que puede tomar diferentes formas según los continentes
DESIERTO
Fauna
Reptiles, roedores, escorpiones, camello y dromedario
Clima
Precipitaciones escasas
Tipos
Calidos
Sahara, Arabia o Kalahari
Frios
El de Gobi
Localización
cinturón subtropical de altas presiones (Sahara, el desierto de Arabia o el Kalahari)
grandes barreras montañosas que ejercen un papel deshumidificador. (desierto de Gobi en Asia Central o la Gran Cuenca, en América del Norte).
Vegetación
Cactus, palmeras, nopales y diversos arbustos

SELVA TROPICAL
Localización
Regiones intertropicales
La Amazonia, África Ecuatorial y la región Indomalaya presentan los mejores ejemplos.
Controlan el flujo del agua, regulan el clima y generan oxígeno
Vegetación
La vegetación es exuberante, marcadamente estratificada, con árboles muy elevados abarrotados de plantas epífitas y trepadoras
Fauna
Gran biodiversidad especialmente en cuanto a invertebrados
Clima
Pluviosidad es abundante y las temperaturas elevadas pero constantes

Tema 5 La información que recibimos

1.- Conceptos

La **Estadística** t rata del recuento, ordenación y clasificación de los datos obtenidos por las observaciones, para poder hacer comparaciones y sacar conclusiones.

Un **estudio estadístico** consta de las siguientes fases:

- Recogida de datos.
- Organización y representación de datos.
- Análisis de datos.
- Obtención de conclusiones.

En la mayoría de los estudios estadísticos es necesario la creación de un cuestionario

A.- Cuestionario

Documento básico para obtener la información en la gran mayoría de las investigaciones y estudios.

Los cuestionarios pueden ser:

• **abierto:** cada uno puede contestar lo que quiera.
• **limitado:** con un número prefijado de posibles respuestas.
• **cerrado:** más cómodo para el entrevistado pero que puede "deformar" el estudio, ya que el listado de posibles respuestas va a depender del encuestador y su buen criterio.

B.- Población

Una **población** es el conjunto de todos los elementos a los que se somete a un estudio estadístico.

C.- Individuo

Un **individuo** o **unidad estadística** es cada uno de los elementos que componen la población.

D.- Muestra

Una **muestra** es un conjunto representativo de la población de referencia, el número de individuos de una muestra es menor que el de la población.

E.- Muestreo

El **muestreo** es la reunión de datos que se desea estudiar, obtenidos de una proporción reducida y representativa de la población.

F.- Valor

Un **valor** es cada uno de los distintos resultados que se pueden obtener en un estudio estadístico. Si lanzamos una moneda al aire 5 veces obten emos dos valores: cara y cruz.

G.- Dato

Un **dato** es cada uno de los valores que se ha obtenido al realizar un estudio estadístico. Si lanzamos una moneda al aire 5 veces obtenemos 5 datos: cara, cara, cruz, cara, cruz.

H.- Variable

Una **variable estadística** es cada una de las **características o cualidades** que poseen los i **ndividuos de una población**.

Tipos de variable estadísticas

Variable cualitativa

Las **variables cualitativas** se refieren a **características o cualidades** que **no** pueden ser medidas con **números**

Variable cuantitativa

Una **variable cuantitativa** es la que se expresa mediante un **número** , por tanto se pueden realizar o **peraciones aritméticas** con ella.

Actividades 1,2,3

2.-Distribución de frecuencias

La **distribución de frecuencias** o **tabla de frecuencias** es una **ordenación** en forma de **tabla** de los **datos estadísticos**, asignando a cada **dato** su **frecuencia correspondiente**.

2.1.-Frecuencia

La **frecuencia absoluta** es el **número de veces** que aparece un determinado **valor** en un estudio estadístico.

Se representa por $\mathbf{f_i}$.

La **suma de las frecuencias absolutas** es igual al número total de datos, que se representa por **N**.

$$f_1 + f_2 + f_3 + \ldots + f_n = N$$

Ejemplo:

1.- Dato: altura, en centímetros, de las primeras diez personas que pasan por la calle:

Datos 1: 167, 169, 165, 178, 177, 169, 181, 176, 168 y 175.

Datos 2: 174, 199, 197, 187, 206, 189, 188, 203, 188 y 178

Altura de personas

Datos 1

Altura	Frecuencia
165 – 168	3
169 – 172	2
173 – 176	2
177 – 180	2
181 – 184	1

Datos 2

Altura	Frecuencia
173 – 177	1
178 – 182	1
183 – 187	1
188 – 192	3
193 – 197	1
198 – 202	1
203 – 207	2

2.2.- Representamos los datos en una gráfica

Una **gráfica estadística** es la mejor forma de disponer de toda la información que se ha recogido con una simple "ojeada"

Existen múltiples modelos de gráficas estadísticas, aunque los más difundidos son:

Gráfica de barras

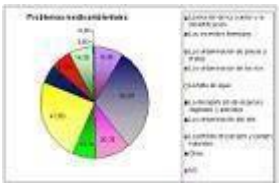


Diagrama de sectores

2.2.1.- Diagrama de barras

Un **diagrama de barras** se utiliza para de presentar **datos cualitativos**

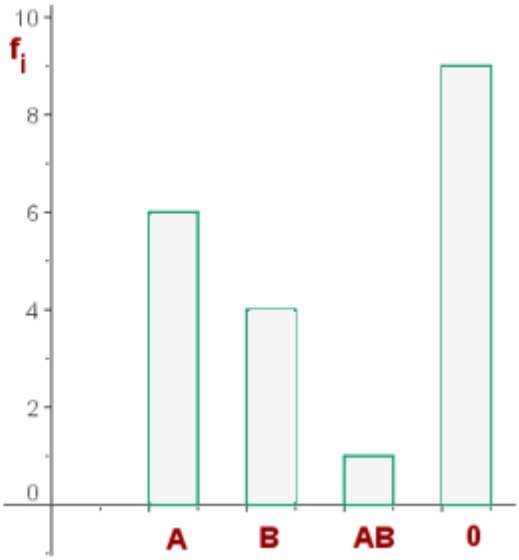
Se representan sobre unos ejes de coordenadas, en el **eje de abscisas** se colocan los **valores de la variable** , y sobre el **eje de ordenadas** las **frecuencias absolutas o relativas o acumuladas**.

Los **datos** se representan mediante **barras** de una **altura proporcional** a la **frecuencia**.

Ejemplo

Un estudio hecho al conjunto de los 20 alumnos de una clase para determinar su grupo sanguíneo ha dado el siguiente resu ltado:

Grupo sanguíneo	f_i
A	6
B	4
AB	1
0	9
	20



Polígono de frecuencias

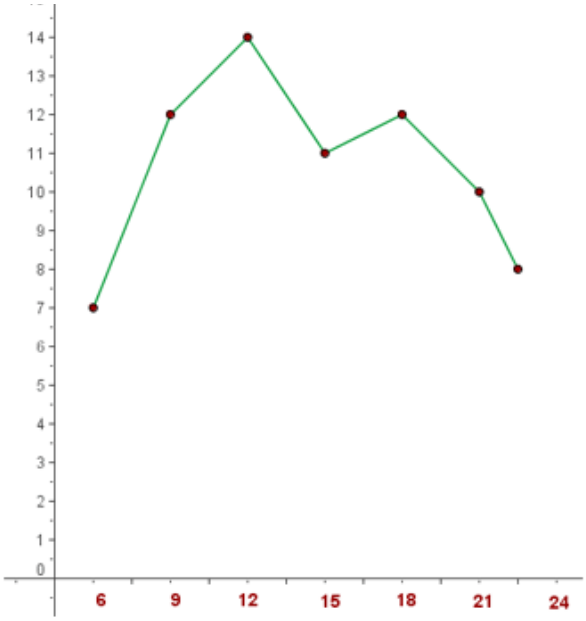
Un **polígono de frecuencias** se forma uniendo los **extremos** de las **barras** mediante **segmentos**

También se puede realizar t razando los **puntos** que representan las **frecuencias** y uniéndolos mediante **segmentos**.

Ejemplo

Las temperaturas en un día de otoño de una ciudad han sufrido las siguientes variaciones:

Hora	Temperatura
6	7º
9	12º
12	14º
15	11º
18	12º
21	10º
24	8º



Actividades 4,5,6,7

2.2.2.- Diagrama de sectores

Un **diagrama de sectores** se puede utilizar para todo tipo de *variables* , pero se usa frecuentemente para las **variables cualitativas** .

Los **datos** se representan en un **círculo** , de modo que el **ángulo** de cada **sector** es **proporcional** a la **frecuencia absoluta** correspondiente.

$$\alpha = \frac{360^\circ}{N} \cdot f_i$$

El diagrama circular se construye con la ayuda de un transportador de ángulos.

Ejemplo

En una clase de 30 alumnos, 12 juegan a baloncesto, 3 practican la natación, 4 juegan al fútbol y el resto no practica ningún deporte.

$$\alpha_1 = \frac{360°}{30} \cdot 12 = 144° \qquad \alpha_2 = \frac{360°}{30} \cdot 3 = 36°$$

$$\alpha_3 = \frac{360°}{30} \cdot 9 = 108° \qquad \alpha_4 = \frac{360°}{30} \cdot 6 = 72°$$

	Alumnos	Ángulo
Baloncesto	12	144°
Natación	3	36°
Fútbol	9	108°
Sin deporte	6	72°
Total	30	360°

Actividades 8, 9 y 10

3.- Calculamos parámetros y los interpretamos

Los parámetros estadísticos se dividen en dos categorías: centrales y de dispersión

Centrales: Nos indican en torno a qué valor (centro) se distribuyen los datos.

Las **medidas de centralización** son: Media aritmética y moda

Dispersión: Las **medidas de dispersión** nos informan sobre cuanto se alejan del centro los valores de la distribución.

Las **medidas de dispersión** son: Rango o recorrido, , varianza y desviación t ípica

3.1.- Centrales

a.-La media

La **media aritmética** es el **valor** obtenido al **sumar** todos los **datos** y **dividir** el resultado entre el **número** total de **datos**.

$\bar{x}$ es el símbolo de la **media aritmética**.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{N}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{N}$$

Ejemplo

Los pesos de seis amigos son: 84 , 91 , 72 , 68 , 87 y 78 kg. Hallar el peso medio.

$$\bar{x} = \frac{84 + 91 + 72 + 68 + 87 + 78}{6} = 80\ Kg$$

b.-La moda

La **moda** es el **valor** que tiene **mayor frecuencia absoluta** .

Se representa por $\mathbf{M_o}$.

Hallar la **moda** de la distribución:

2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5 $\mathbf{M_o =}$ **4**

3.2.- Dispersión

a.- Rango

El **rango** es la **diferencia** entre el **mayor** y el **menor** de los **datos** de una distribución estadística.

Ejemplo:

La altura de 10 personas son: 167, 169, 165, 178, 177, 169, 181, 176, 168, 175

El rango: diferencia entre el valor de las observaciones mayor y el menor

Rango=181− 165= 16

b.- Varianza

La **varianza** es la **media aritmética del cuadrado de las desviaciones respecto a la media** de una distribución estadística.

La varianza se representa por σ^2. (sigma)

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_n - \bar{x})^2}{N} \quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{N}$$

Sirve para identificar si los datos están cercanos a la media o no,

Ejemplo

La altura de 10 personas son: 167, 169, 165, 178, 177, 169, 181, 176, 168, 175

	Datos 1	(Dato – Media)	(Dato – Media)²
	167	-5,5	30,25
	169	-3,5	12,25
	165	-7,5	56,25
	178	5,5	30,25
	177	4,5	20,25
	169	-3,5	12,25
	181	8,5	72,25
	176	3,5	12,25
	168	-4,5	20,25
	175	2,5	6,25
Total:	1725		272,5
Media:	172,5		
Varianza:	27,25		

Ejemplo 2

La altura de 10 personas son: 174, 199, 197, 187, 206, 189, 188, 203, 188,178

	Datos 2	(Dato – Media)	(Dato – Media)²
	174	-16,9	285,61
	199	8,1	65,61
	197	6,1	37,21
	187	-3,9	15,21
	206	15,1	228,01
	189	-1,9	3,61
	188	-2,9	8,41
	203	12,1	146,41
	188	-2,9	8,41
	178	-12,9	166,41
Total:	1909		964,9
Media:	190,9		
Varianza:	96,49		

A la vista de estos resultados podemos decir que los datos correspondientes a la segunda captura están más dispersos con respecto al valor de la media

c.- Desviación típica

La **desviación típica** es la **raíz cuadrada de la varianza**.

Es decir, la raíz cuadrada de la media de los cuadrados de las puntuaciones de desviación.

La **desviación típica** se representa por **σ**.

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_n - \bar{x})^2}{N}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

Ejemplo

La altura de 10 personas son: 167, 169, 165, 178, 177, 169, 181, 176, 168, 175

s = 27′25 = 5′22

Coeficiente de variación

Se calcula según la fórmula $C.V. = \frac{desviación\ típica}{media}$ en tanto por ciento

Ejemplo

La altura de 10 personas son: 167, 169, 165, 178, 177, 169, 181, 176, 168, 175

$CV = \frac{5'22}{172'5} = 0{,}01386$ porcentualmente será 1,38 %

Ejemplo 2

La altura de 10 personas son: 174, 199, 197, 187, 206, 189, 188, 203, 188,178

$$CV=\frac{9'82}{190'9}=0{,}0514$$

Porcentualmente será 5,14 %

Actividades 11 , 12 , 13 , 14 , 15 , 16 , 17,18 y 19

Tema 6 Probabilidad

0.-Introducción

La probabilidad de un suceso es un número, comprendido entre 0 y 1 , que indica las posibilidades que t iene de verificarse cuando se realiza un experimento aleatorio.

1. Tipos de experimentos

1.1. Experimentos deterministas

Son los experimentos de los que podemos predecir el resultado antes de que se realicen.

Ejemplo

Si dejamos caer una piedra desde una ventana sabemos, sin lugar a dudas, que la pelota bajará.

1.2. Experimentos aleatorios

Son aquellos en los que no se puede predecir el resultado, ya que éste depende del **azar**.

Ejemplos

Si lanzamos una moneda no sabemos de antemano si saldrá cara o cruz.

2. Teoría de probabilidades

La teoría de probabilidades se ocupa de asignar un cierto número a cada posible resultado que pueda ocurrir en un experimento **aleatorio**, con el fin de cuantificar dichos resultados y saber si un suceso es más probable que otro. Con este fin, introduciremos algunas definiciones:

Suceso: es cada uno de los resultados posibles de una experiencia aleatoria.

Por ejemplo:

· En la experiencia aleatoria “lanzar una moneda”, un suceso es “salir cara”.

Espacio muestral: es el conjunto de todos los posibles resultados de una experiencia aleatoria, lo representaremos por E (o bien por la letra griega Ω).

Por ejemplo:

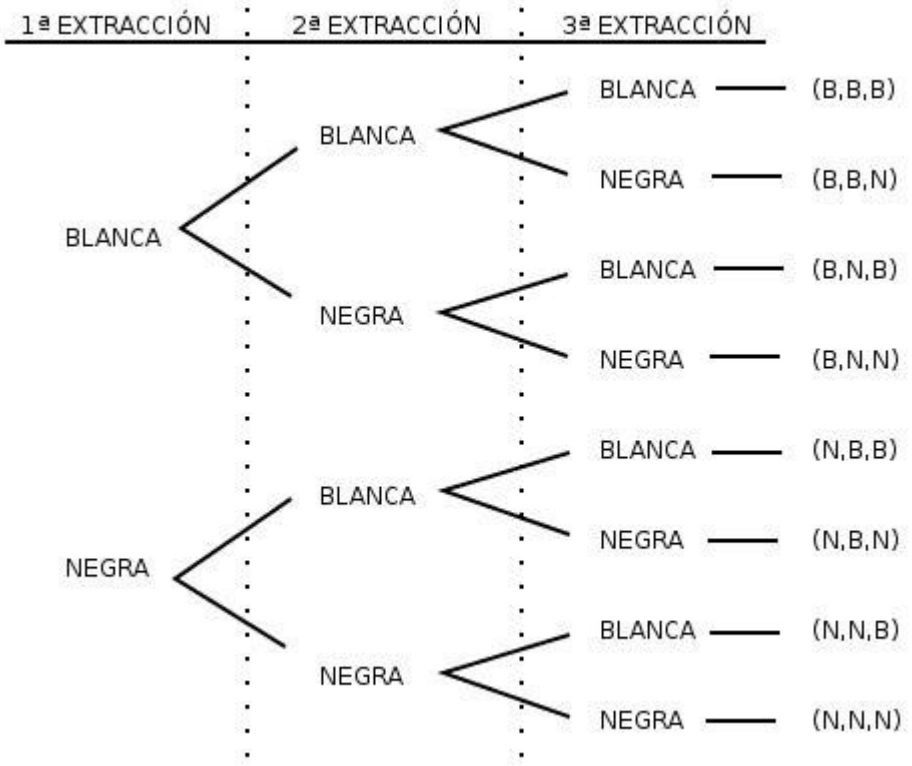
· En la experiencia aleatoria “lanzar una moneda”, el espacio muestral es E = {C, X}.

Suceso aleatorio es cualquier subconjunto del espacio muestral. Por ejemplo, sucesos aleatorios al experimento "lanzar un dado" serían:

- salir par: ya que $\{2,4,6\} \subseteq \{1,2,3,4,5,6\}$
- obtener múltiplo de 3: al ser $\{3,6\} \subseteq \{1,2,3,4,5,6\}$

Ejemplo Una bolsa contiene bolas blancas y negras. Se extraen sucesivamente tres bolas. Calcular:

1. El espacio muestral: podemos obtenerlo utilizando un diagrama de árbol



Resultando:

$$E = \{ (b,b,b) ; (b,b,n) ; (b,n,b) ; (b,n,n) ; (n,b,b) ; (n,b,n) ; (n,n,b) ; (n,n,n) \}$$

2. El suceso A = {extraer tres bolas del mismo color}.
   B = {(b,b,b); (n, n,n)}

3. El suceso A = {extraer al menos una bola blanca}.
   B= {(b,b,b); (b,b,n); (b,n,b); (n,b,b); (b,n,n); (n,b,n); (n,n ,b)}

4. El suceso A = {extraer una sola bola negra}.
   A = {(b,b,n); (b,n,b); (n,b,b)}

Ejercicios

1. En una urna hay 2 bolas blancas y 3 negras. Escribe el espacio muestral asociado a los experimentos: a) extraer una bola, b) extraer dos bolas.

   Si llamamos B=Sale blanca y N=Sale negra, será:

   a) E={B,N}

   b) E={(B,B),(B,N),(N,B),(N,N)}

2. Se sacan dos bolas de una urna que se compone de una bola blanca, otra roja, otra verde y otra negra. Escribir el espacio muestral cuando:

   a.- La primera bola se devuelve a la urna antes de sacar la segunda.

   E = {BB, BR, BV, BN, RB, RR, RV, RN, VB, VR, VV, VN, NB, NR, NV, NN}

   b.- La primera bola no se devuelve

   E = { BR, BV, BN, RB, RV, RN, VB, VR, VN, NB, NR, NV}

3. Tipos de sucesos

3.1. **Suceso elemental**.- es cada uno de los elementos que forman parte del espacio muestral.
Por ejemplo al tirar un dado un suceso elemental es sacar 5.

3.2. **Suceso compuesto**.- es cualquier subconjunto del espacio muestral.
Por ejemplo al tirar un dado un suceso sería que saliera par, otro, obtener múltiplo de 3.

3.3. **Suceso seguro. *E*.-** está formado por todos los posibles resultados (es decir, por el espacio muestral).
Por ejemplo al tirar un dado un dado obtener una puntuación que sea menor que 7.

3.4. **Suceso imposible**, **, *Ø*** .-es el que no tiene ningún elemento.
Por ejemplo al tirar un dado obtener una puntuación igual a 7.

3.5. **Sucesos compatibles**.- Dos sucesos, A y B, son compatibles cuando tienen algún suceso elemental común.
Si A es sacar puntuación par al tirar un dado y B es obtener múltiplo de 3, A y B son compatibles porque el 6 es un suceso elemental común.

3.6. **Sucesos incompatibles**.- Dos sucesos, A y B, son incompatibles cuando no tienen ningún elemento en común.
Si A es sacar puntuación par al tirar un dado y B es obtener múltiplo de 5, A y B son incompatibles.

3.7. **Sucesos independientes**.- Dos sucesos, A y B, son independientes cuando la probabilidad de que suceda A no se ve afectada porque haya sucedido o no B.
Al lazar dos dados los resultados son independientes.

3.8. **Sucesos dependientes**.- Dos sucesos, A y B, son dependientes cuando la probabilidad de que suceda A se ve afectada porque haya sucedido o no B.
Extraer dos cartas de una baraja, sin reposición, son sucesos dependientes.

3.9. **Suceso contrario**.- El suceso contrario a A es otro suceso que se realiza cuando no se realiza A., Se denota por $\bar{A}$.
Son sucesos contrarios sacar par e impar al lanzar un dado.

Ejemplo.-

En los siguientes ejemplos utilizaremos una baraja española, es decir, una baraja de 40 cartas

Experimento: *"sacar una carta de una baraja española";*

Espacio muestral será: $E = \{las\ 40\ cartas\ de\ la\ baraja\}$
Suceso: *"salir el as de bastos"*
Es un suceso es elemental, ya que incluye a un único elemento del espacio muestral.

Suceso *A*: *"salir el as de oros o la sota de bastos"*
Suceso *B*: *"salir un as"*
Suceso *C*: *"salir una carta de copas"*

Los tres sucesos son compuestos, ya que todos constan de más de un elemento del espacio muestral.

Los sucesos *A* y *B* son compatibles

Los sucesos *B* y *C* son compatibles

Los sucesos *A* y *C* son incompatibles

El suceso contrario al suceso *B* será *"no salir un as"*, y se denotará de la forma: $\bar{B}$

El suceso contrario del suceso *C* es: $\overline{C}$ = *"no salir una carta de copas"*.;

Suceso seguro es: *"cualquier carta";*

Suceso imposible es: *"ninguna carta"*

Experimento: realizar una extracción de la baraja, anotar el resultado y volver a introducir la carta en la baraja, realizar entonces una segunda extracción y anotar el resultado. En este caso el espacio muestral está formado por parejas de cartas.

Suceso *A*: *"salir el as de bastos en la primera extracción"*
Suceso *B*: *"salir el as de bastos en la segunda extracción"*
Los sucesos *A* y *B* son independientes

Experimento: realizar una extracción de la baraja, y a continuación realizar una segunda extracción y anotar el resultado de ambas. En este caso el espacio muestral está formado por parejas de cartas, pero notar que los dos elementos de la pareja deben ser distintos.

Suceso *A*: *"salir el as de bastos en la primera extracción"*
Suceso *B*: *"salir el as de bastos en la segunda extracción"*

Los sucesos son dependientes, ya que si ocurre *A*, es decir, sale el as de bastos en la primera extracción, no puede ocurrir el suceso *B*

3.- Espacio de sucesos

Espacio de sucesos, S, es el conjunto de todos los sucesos aleatorios.

Si tiramos una moneda el espacio se sucesos está formado por:

S= { , {C}, {X}, {C,X}}.

Si E tiene un número finito de elementos, n, de elementos el **número de sucesos** de E es 2^n .

Ejemplo
Tenemos tres bolas, una roja, otra verde y una azul.

Espacio muestral E= {R, V, A}

El espacio de sucesos S = $2^3 = 8$ S = {(R), (V),(A), (R V A), (R V), (R A), (V A), (Ø)}

4.- Unión de sucesos

La **unión de sucesos, A U B**, es el suceso formado por todos los elementos de A y de B.

Es decir, el suceso A U B se verifica cuando ocurre uno de los dos, A o B, o ambos.

A U B se lee como "**A o B**".

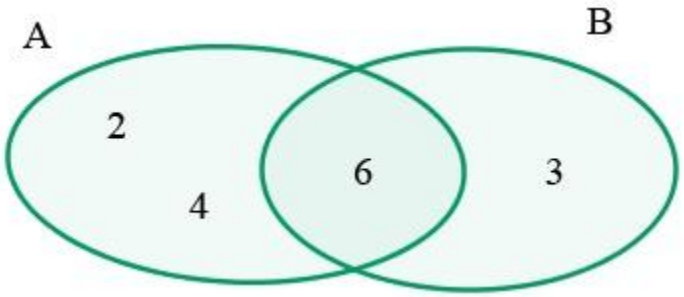
Ejemplo

Consideramos el experimento que consiste en lanzar un dado, si A = "sacar par" y B = "sacar múltiplo de 3". Calcular A U B.

A = {2, 4, 6}

B = {3, 6}

A U B = {2, 3, 4, 6}



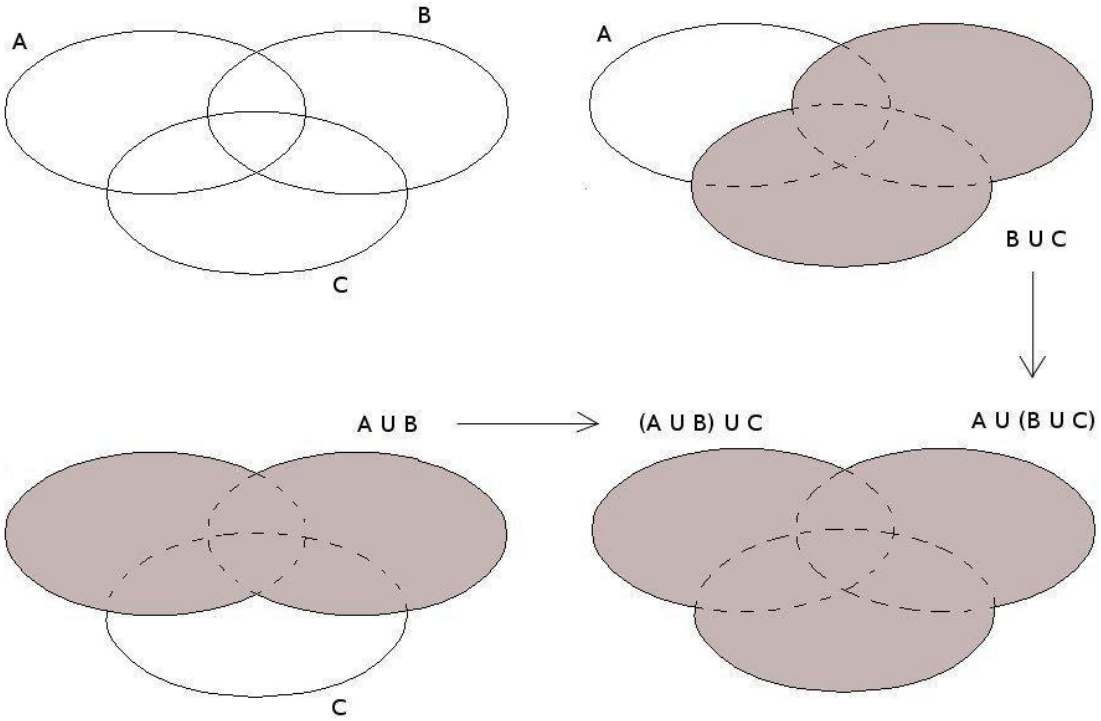
5.1. Propiedades de la unión de sucesos

A.- Conmutativa

$$A \cup B = B \cup A$$

B.- Asociativa

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

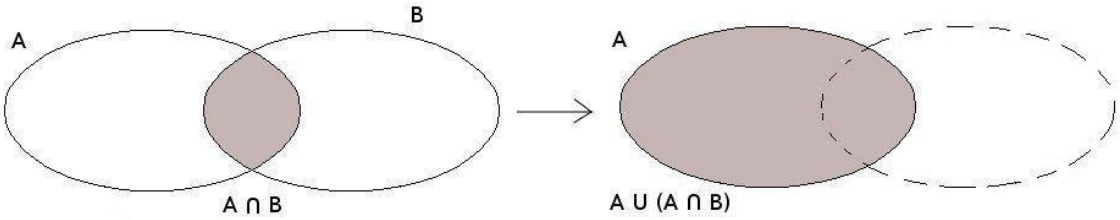


C.- Idempotente

$$A \cup A = A$$

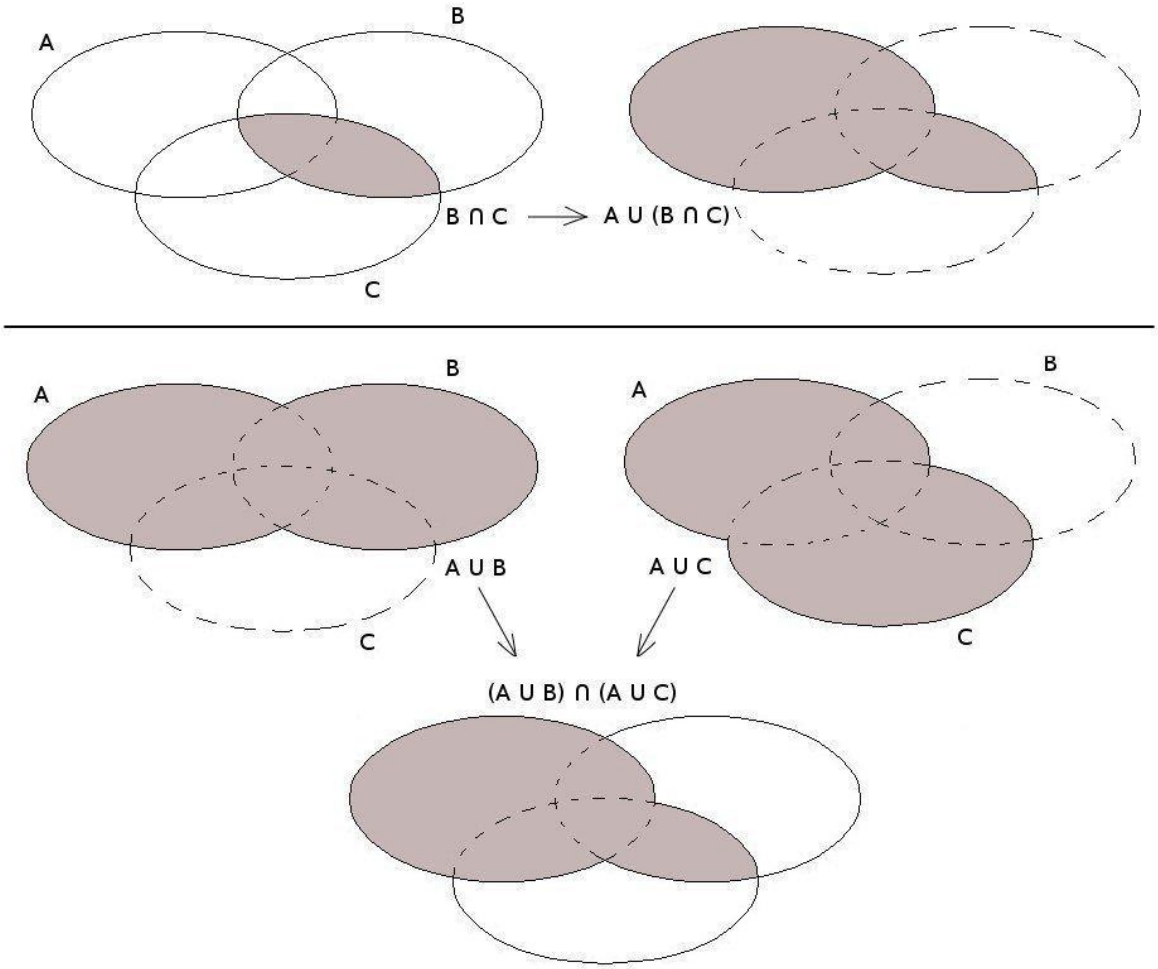
D.- Simplificación

$$A \cup (A \cap B) = A$$



E.- Distributiva

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$



F.- Elemento neutro

A U Ø = A

G.- Absorción

A U E = A Si E € A

6. Intersección de sucesos

La **intersección de sucesos, A ∩ B**, es el suceso formado por todos los elementos que son, a la vez, de A y B.

Es decir, el suceso A B se verifica cuando ocurren simultáneamente A y B.

A ∩ B se lee como "**A y B**".

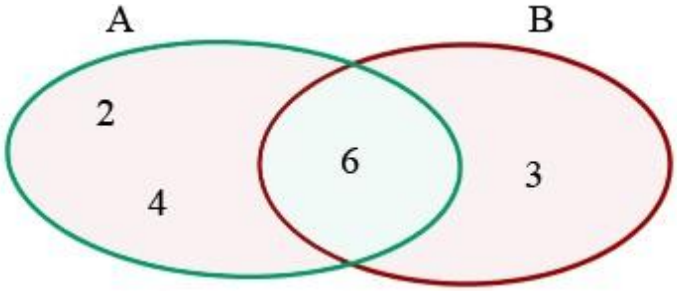
Ejemplo

Consideramos el experimento que consiste en lanzar un dado, si A = "sacar par" y B = "sacar múltiplo de 3". Calcular A ∩ B.

A = {2, 4, 6}

B = {3, 6}

$A \cap B = \{3\}$



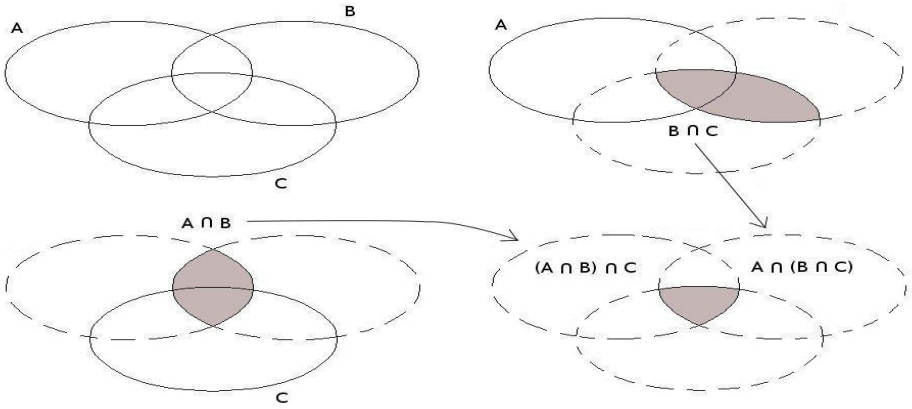
6.1. Propiedades de la intersección de sucesos

Conmutativa

$A \cap B = B \cap A$

Asociativa

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

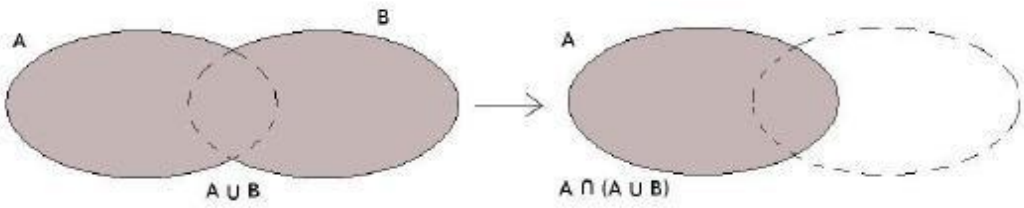


Idempotente

$$A \cap A = A$$

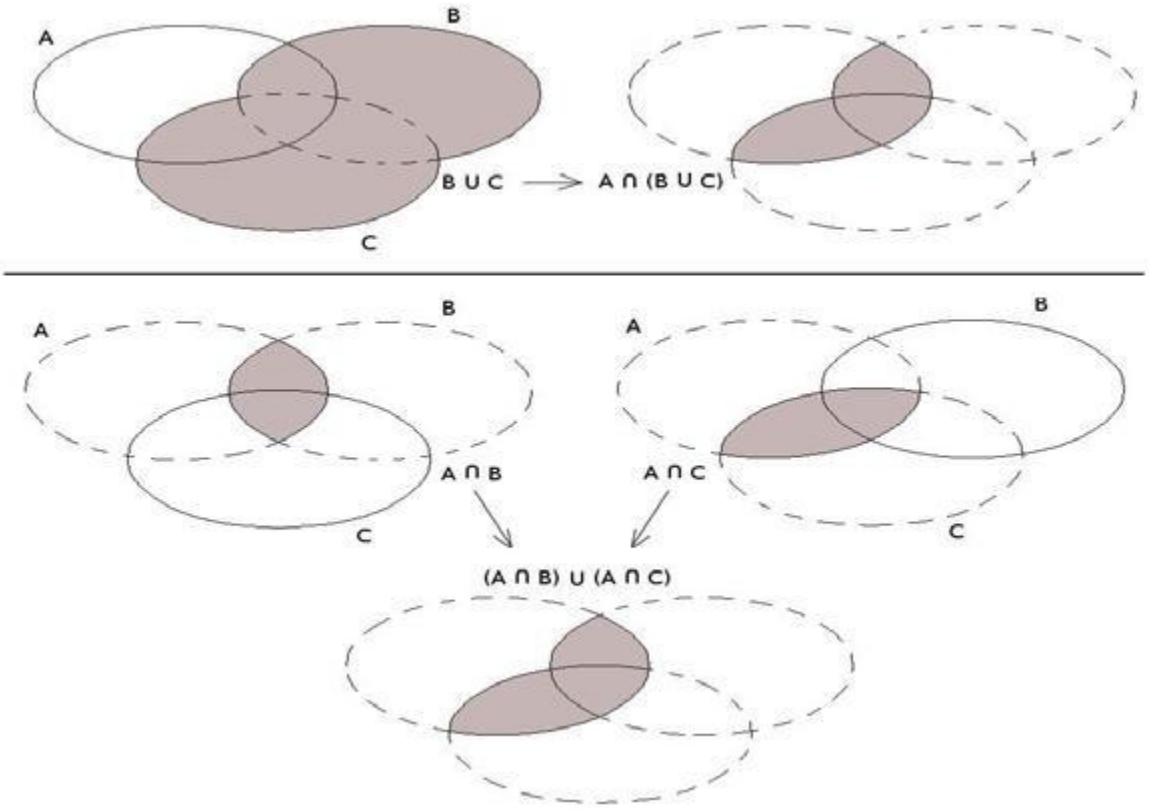
Simplificación

$$A \cap (A \cup B) = A$$



Distributiva

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$



Elemento neutro

$$A \cap \varnothing = A$$

Absorción

$$A \cap E = A \quad \text{Si } E \epsilon A$$

7. Diferencia de sucesos

La **diferencia de sucesos, A − B**, es el suceso formado por todos los elementos de A que no son de B.

Es decir, la **diferencia de los sucesos** A y B se verifica cuando lo hace A y no B.

A − B se lee como "**A menos B**".

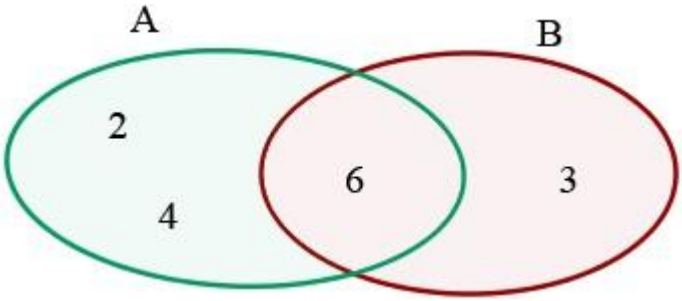
Ejemplo

Consideramos el experimento que consiste en lanzar un dado, si A = "sacar par" y B = "sacar múltiplo de 3". Calcular A − B.

A = {2, 4, 6}

B = {3, 6}

A − B = {2, 4}



8. Sucesos contrarios

El suceso Ā **= E - A** se llama **suceso contrario** o complementario de A.

Es decir, se verifica siempre y cuando no se verifique A.

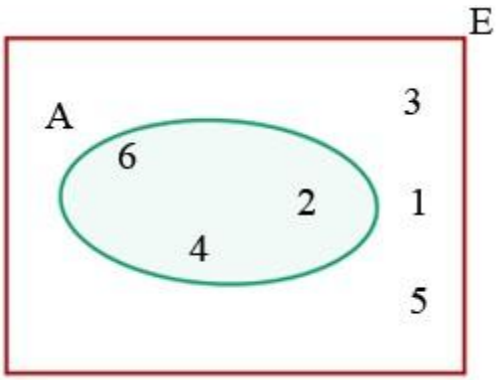
Ejemplo

Consideramos el experimento que consiste en lanzar un dado, si A = "sacar par".

Calcular Ā

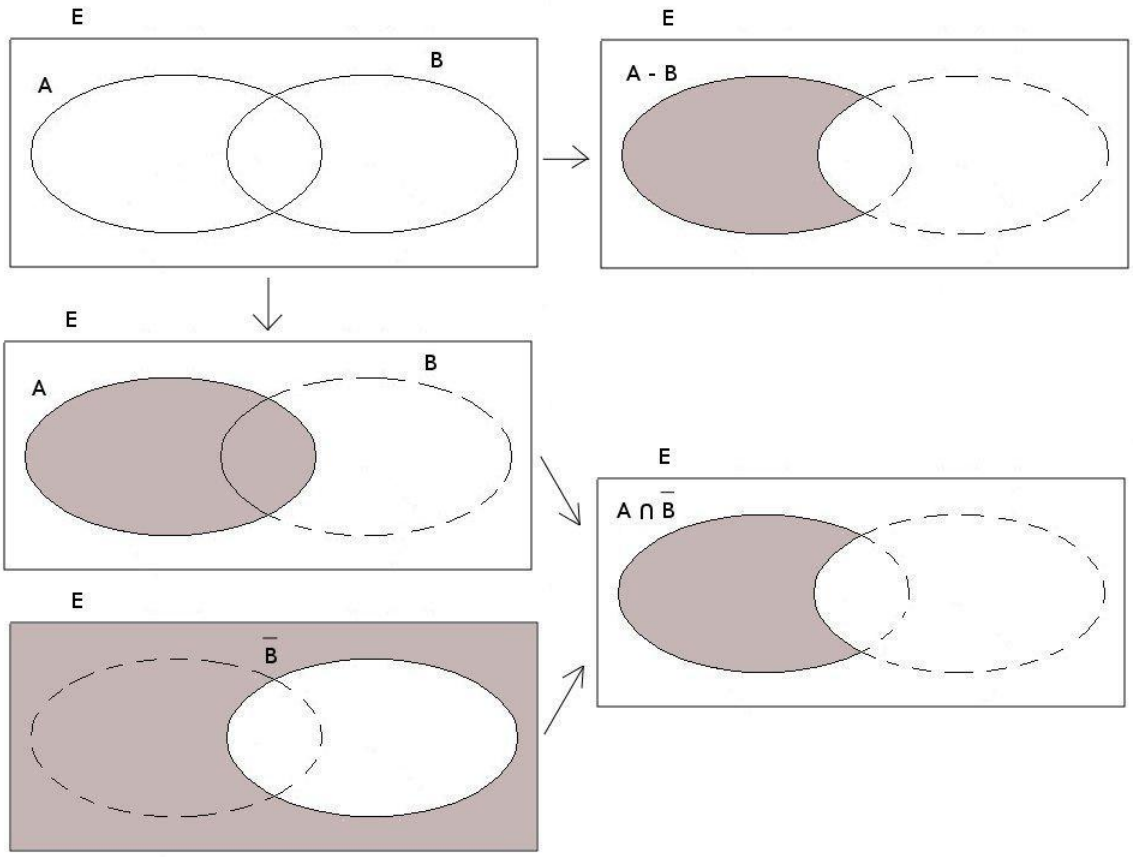
A = {2, 4, 6}

Ā= {1, 3, 5}



8.1. Propiedades

$$A - B = A \cap \overline{B}$$



$$\overline{(\overline{A})} = A$$

$$\overline{E} = \varnothing$$

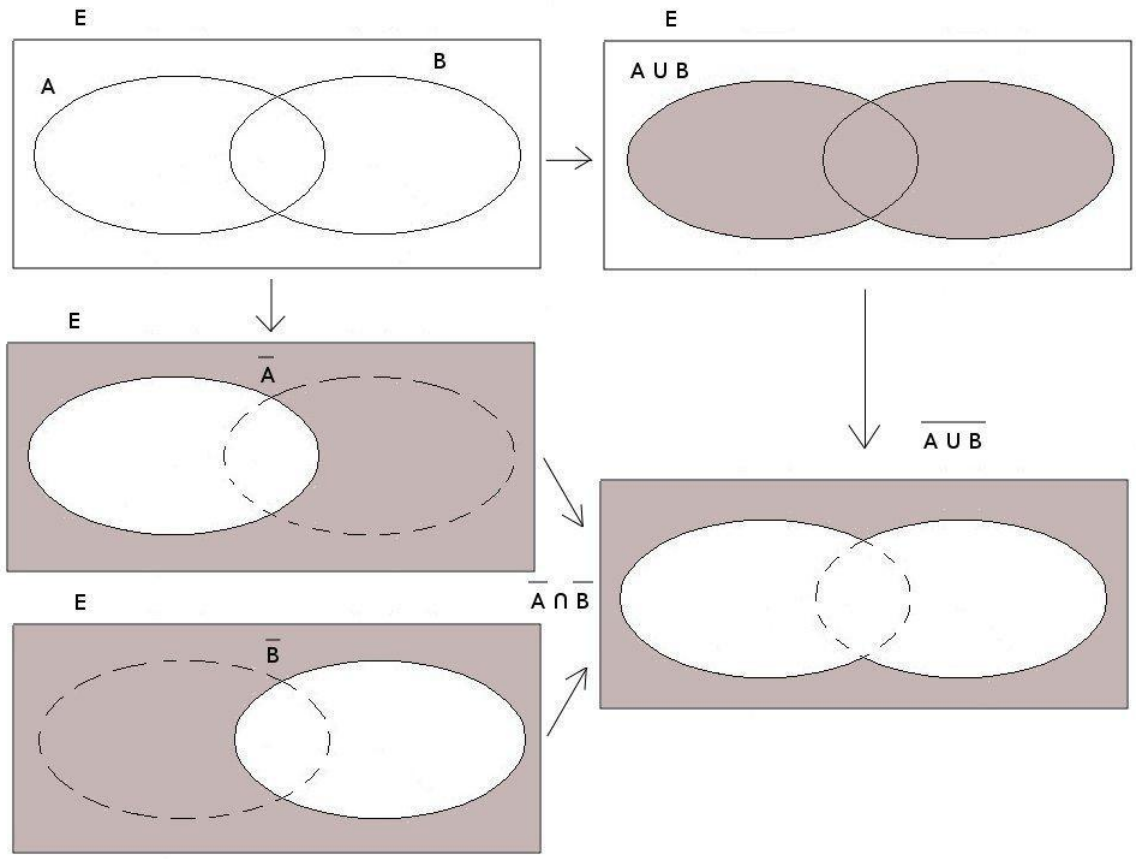
$$\overline{\varnothing} = E$$

$$A \cup \overline{A} = E$$

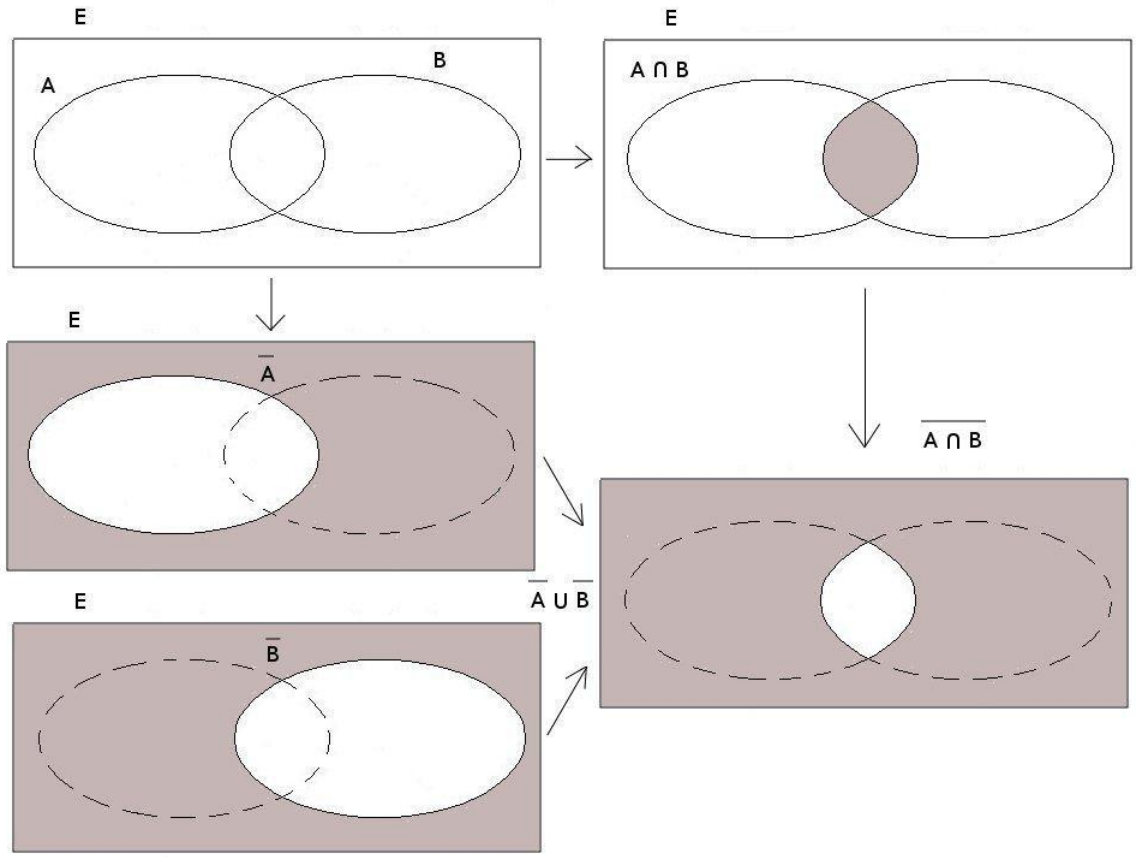
$$A \cap \overline{A} = \varnothing$$

Leyes de Morgan

$$\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$$



$$\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$$



9. Axiomas y Propiedades de la probabilidad

9.1. Axiomas de la probabilidad

1. La probabilidad es positiva y menor o igual que 1.

$0 \leq p(A) \leq 1$

2. La probabilidad del suceso seguro es 1.

$p(E) = 1$

3. Si A y B son incompatibles, es decir $A \cap B = \emptyset$ entonces:

$P(A \cup B) = p(A) + p(B)$

9.2. Propiedades de la probabilidad

1 La suma de las probabilidades de un suceso y su contrario vale 1, por tanto la probabilidad del suceso contrario es:

$$p(\overline{A}) = 1 - p(A)$$

2 Probabilidad del suceso imposible es cero.

$$p(\emptyset) = 0$$

3 La probabilidad de la unión de dos sucesos es la suma de sus probabilidades restándole la probabilidad de su intersección.

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

4 Si un suceso está incluido en otro, su probabilidad es menor o igual a la de éste.

$$Si \ A \subset B, \text{entonces} \quad p(A) \leq p(B)$$

5 Si A_1, A_2 , ..., A_k son incompatibles dos a dos entonces:

$$p(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_k) = p(A_1) + p(A_2) + \cdots + p(A_k)$$

6 Si el espacio muestral E es finito y un suceso es S = {x_1, x_2 , ..., x_n} entonces:

$$p(S) = p(x_1) + p(x_2) + \cdots + p(x_n)$$

10. Regla de Laplace

En un experimento aleatorio se pueden dar dos situaciones:

· Que conozcamos de antemano, o a priori, los resultados que pueden darse: por ejemplo en al caso del lanzamiento de una moneda, experimento en el que sólo puede obtenerse cara o cruz. En estos casos se dice que la asignación de probabilidades se realiza “a priori”.

· Que desconozcamos a priori los resultados que pueden darse: por ejemplo, en el experimento “contar los coches que echan gasolina en una determinada estación de servicio de 9 a 10 de la mañana”, evidentemente no sabemos de antemano cuantos valores pueden darse ya que pueden ser tres coches, cuatro o treinta. Para asignar probabilidades en estos experimentos es preciso tomar muchos datos, diciéndose que la asignación de probabilidades se realiza a posteriori.

En este nos referiremos a la asignación de probabilidades “a priori”

Regla de Laplace

Si realizamos un experimento aleatorio en el que hay n sucesos elementales, todos igualmente probables, **equiprobables**, entonces si A es un suceso, la **probabilidad** de que ocurra el suceso A es:

$$P(A)=\frac{\text{número de casos favorables a A}}{\text{número de casos posibles}}$$

Ejemplos

Hallar la probabilidad de que al lanzar dos monedas al aire salgan dos caras.

Casos posibles: {cc, cx, xc, xx}.

Casos favorables: 1.

$$P(2\ caras)=\frac{1}{4}$$

11. Probabilidad de la unión de sucesos

Probabilidad de la unión de sucesos incompatibles:

La probabilidad de la unión de sucesos incompatibles, es decir tales que $A \cap B = \emptyset$, es la suma de las probabilidades.

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B)$$

Ejemplo: Calcular la probabilidad de obtener un 2 ó un 5 al lanzar un dado.

$$P(2 \cup 5)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

Probabilidad de la unión de sucesos compatibles:

La probabilidad de la unión de sucesos compatibles, es decir tales que $A \cap B \neq \emptyset$, es la suma de las probabilidades menos la probabilidad del suceso intersección:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

Además la probabilidad de la unión de tres sucesos es:

$$p(A \cup B \cup C) = p(A) + p(B) + p(C) - p(A \cap B) - p(A \cap C) - p(B \cap C) + p(A \cap B \cap C)$$

Ejemplo: Calcular la probabilidad de obtener un múltiplo de 2 ó un 6 al lanzar un dado.

$$P(2 \cup 6)=\frac{3}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

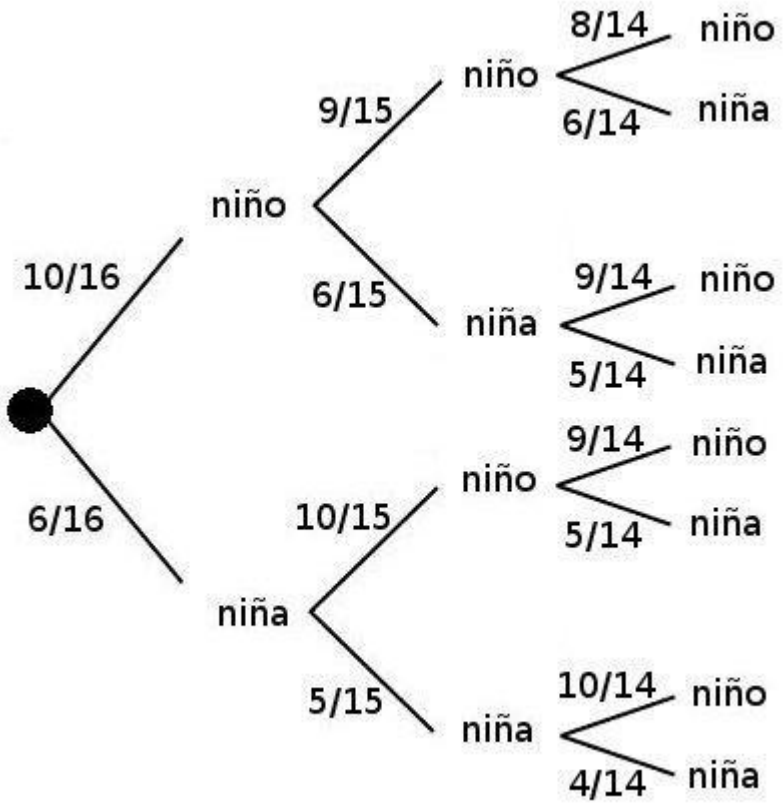
12. Diagramas de árbol

Para la construcción de un **diagrama en árbol** se partirá poniendo una **rama** para cada una de las **posibilidades**, acompañada de su **probabilidad**.

En el **final** de cada **rama parcial** se constituye a su vez, un **nudo** del cual parten nuevas **ramas**, según las **posibilidades** del siguiente paso, salvo si el nudo representa un posible final del experimento (**nudo final**).
Hay que tener en cuenta: que la **suma de probabilidades** de las **ramas** de cada **nudo** ha de dar **1**.

Ejemplos
Una clase consta de seis niñas y 10 niños. Si se escoge un comité de tres al azar, hallar la probabilidad de:

1. Seleccionar tres niños.
2. Seleccionar exactamente dos niños y una niña.
3. Seleccionar exactamente dos niñas y un niño.
4. Seleccionar tres niñas.



Podemos ahora contestar a los diferentes apartados:

1 $(3\ niños) = \frac{10}{16}.\frac{9}{15}.\frac{8}{14} = 0.214$

2 $p(2\ niños\ y\ una\ niña) = \frac{10}{16}.\frac{9}{15}.\frac{6}{14} + \frac{10}{16}.\frac{6}{15}.\frac{9}{14} + \frac{6}{16}.\frac{10}{15}.\frac{9}{14} = 0.482$

3 $p(2\ niñas\ y\ un\ niño) = \frac{10}{16}.\frac{6}{15}.\frac{5}{14} + \frac{6}{16}.\frac{10}{15}.\frac{5}{14} + \frac{6}{16}.\frac{5}{15}.\frac{10}{14} = 0.268$

4 $(tres\ niñas) = \frac{6}{16}.\frac{5}{15}.\frac{4}{14} = 0.0357$

Tema 7. Trabajo. Potencia. Energía y Calor

1.-Trabajo

Cuando al ejercer una fuerza sobre un cuerpo, ésta produce un desplazamiento sobre el cuerpo, decimos que dicha fuerza ha realizado un trabajo. Si no se produce desplazamiento, no hay trabajo.

El trabajo se representa por la letra "W". Obtenemos así una nueva ecuación física:

$$W = F * e$$

La unidad de trabajo en el Sistema Internacional es:

[W] = Nw * m = Julio (J)

En el Sistema Cegesimal de Unidades es:

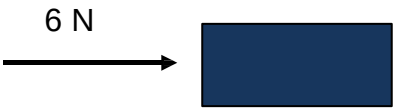
[W] = D * cm = Ergio (E)

La relación entre el ergio y el julio es:

1 Julio = 10^7 Ergios

Ejemplo:

Sobre un cuerpo de 3 Kg., , actúan las siguientes fuerzas:



Calcular el trabajo que realiza la fuerza en 4 segundos

W= F . e

Conocemos la fuerza y no el desplazamiento, para ello calculamos

F = m. a

6 N = 3 Kg . a ⟶ a = 6 / 3 = 2 m/sg^2

E= = vo t + 1 / 2 a t^2 e = ½ 2. 4^2 = ½.2.16 = 16 m

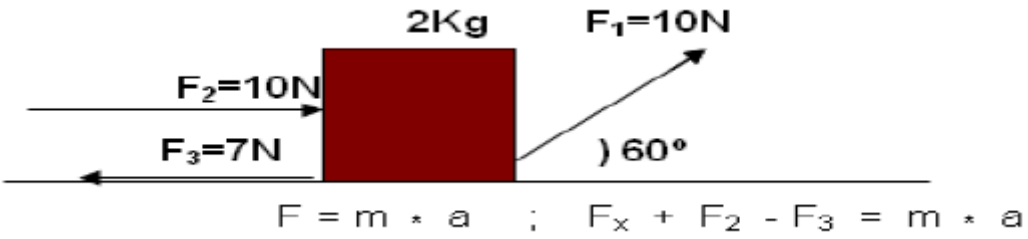
W = 6 N . 16 m = 96 Julios

Fuerzas

Cuando se aplica una fuerza a un cuerpo y ésta no tiene la misma dirección que la del movimiento, dicha fuerza hay que descomponerla. A esta fuerza se le llama fuerza aplicada y a la que proviene de la descomposición, que tiene la misma dirección que la del movimiento, fuerza eficaz.

Ejemplo

Ejemplo 1. Calcular el trabajo realizado por cada fuerza en 5 segundos.



Fx = F1 Cos 60 = 10 * 0 ´ 5 = 5 N.

F =m.a

5 + 10 – 7 =m . a

8 = 2 * a ;

a = 8 / 2 = 4 m / sg^2

El espacio recorrido en esos 5 se. Será:

$e = v_o\ t + 1 / 2\ a\ t^2$; e = 0 * t+ 1 / 2 * 4 * 5^2 ; e = 50 m.

El trabajo realizado por cada fuerza es:

$W_1 = F_x * e = 5 * 50 = 250$ J.

$W_2 = F_2 * e = 10 * 50 = 500$ J.

$W_3 = - F_3 * e = -7 * 50 = - 350$ J.

Para calcular el trabajo total (W_t) basta con sumar todos los trabajos:

$W_t = W_1 + W_2 + W_3 = 250 + 500 - 350 = 400$ J.

O también:

$W_t = F * e = 8 * 50 = 400$ J.

La fuerza de rozamiento, también realiza trabajo.

Ejemplo 1. Sobre un cuerpo de 2 Kg., inicialmente en reposo, actúan las siguientes fuerzas:

Calcular el trabajo que realiza cada fuerza en 3 sg .

$F = m * a$; $F_1 - F_r = m * a$

$16 - 4 = 2 * a$; $a = 6 \text{ m / sg}^2$

El espacio recorrido en esos tres sg. es:

$e = v_o\ t + 1 / 2\ a\ t^2$

$e = 1 / 2 * 6 * 3^2 = 27 \text{ m}$.

$W_1 = F_1 * e = 16 * 27 = 432 \text{ J}$

$W_r = -F_r * e = - 4 * 27 = - 108 \text{ J}$

$W_t = 432 \text{ J} – 108 \text{ J} = 324 \text{ J}$

O también

$W = F_t = F_t . e = (16 – 4) . 27 = 12 . 27 = 324 \text{ J}$

Ejemplo 2.
Un coche que marcha a una velocidad de 36 km / h por una carretera horizontal se deja en punto muerto. Si su masa es de 600 kg. y el coeficiente de rozamiento (μ) es 0 ´ 5 , calcular el trabajo que realiza la fuerza de rozamiento hasta que se para el coche .

$F = m * a$; $- F_r = m * a$

(Tomando $g=10 \text{m/s}^2$)

$F_r = \mu * m * g = 0 ´ 5 * 600 * 10 = 3.000 \text{ N}.$

$- F_r = m * a$; $a = - F_r / m$; $a = - 3.000 / 600$;

$a = - 5 \text{ m / sg}^2$

El tiempo que tarda en pararse será: 36 km / h = 10 m/ sg .

$v_f = v_o + a\ t$; $0 = 10 - 5\ t$; $t = 2$ sg

El espacio recorrido en ese tiempo será:

$e = v_o\ t + 1 / 2\ a\ t^2$

$e = 10 * 2 - 1 / 2 * 5 * 2^2$; $e = 20 - 10 = 10$m.

$W_r = - F_r * e = - 3.000 * 10 = - 30.000$ J.

2. Potencia

Imagínate que dos personas suben tres cajas de 10 Kg. cada una, a una mesa de 1 m de alta . Una de ellas lo hace subiendo las tres cajas a la vez, y la otra, de una en una . ¿Cual de las dos realiza más trabajo?.

Persona (1) : $W_t = m * g * e = 30 * 10 * 1 = 300$ J .

Persona (2) : $W_{caja} = m * g * e = 10 * 10 * 1 = 100$ J .

$W_t = 3\ W_{caja} = 3 * 100 = 300$ J .

Como vemos, el trabajo realizado por cada persona es el mismo. Lo que pasa es que la persona que subió las tres cajas a la vez, ha empleado menos tiempo que la que las subió de una en una, es decir, es más **potente.**

La potencia nos indica la rapidez con que se realiza un trabajo

$P = W / t$

La unidad de potencia en el sistema internacional es el Vatio (w) . Otra unidad de potencia muy utilizada en la vida cotidiana es el caballo de vapor (cv) :

1 cv = 735 w.

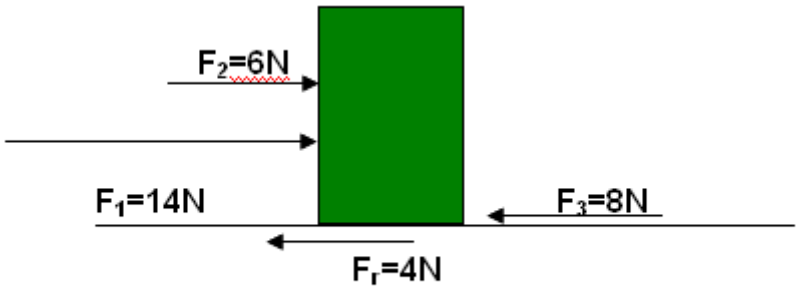
Ejemplo 1: Dos grúas suben un cuerpo de 100 Kg. a una altura de 20 m. La primera tarda 40 sg. y la segunda 50 sg. Calcular la potencia que desarrolla cada grúa.

$P = W / t = (F * e) / t = (m * g * e) / t$

$P_1 = (100 * 10 * 20) / 40$- --------- $P_1 = 500$ w.

$P_2 = (100 * 10 * 20) / 50$ ---------- $P_2 = 400$ w.

Ejemplo 2: Sobre un cuerpo de 2Kg., inicialmente en reposo, actúan las siguientes fuerzas:



Sabiendo que la fuerza de rozamiento vale 4 N. , calcular la potencia que desarrolla cada fuerza en 10 sg

$F = m * a$; $F_1 + F_2 - F_3 - F_r = m * a$

$14 + 6 - 8 - 4 = 2 * a$; $a = 4$ m / sg^2

El espacio recorrido en esos 10 sg. es:

$e = 1 / 2 * 4 * 10^2 = 200$ m.

$W_t = F * e = 8 * 200 = 1.600$ J.

La potencia realizada será:

$P_t = W_t / t = 1.600 / 10 = 160$ w.

.

3. Energía

Es la capacidad que tienen los cuerpos de producir trabajo. Por lo tanto, las unidades de energía son las mismas que las de trabajo. Así, la unidad de energía en el sistema internacional es el Julio.
Hay muchos tipos de energía como por ejemplo: energía solar, eléctrica, luminosa, eólica, térmica, nuclear, etc.
Nosotros vamos a estudiar tres tipos de energía:

- Energía potencial
- Energía cinética
- Energía mecánica.

3.1.- Energía potencial

Es la que posee un cuerpo por el mero hecho de ocupar un lugar en el espacio, es decir, por tener una cierta altura.

Ep= m.g.h.
Anergia potencial = masa. gravedad. altura.

Ejermplo 1. Calcula la energía potencial que tiene un cuerpo de 8 kg, que se encuentra a 50 metros de altura.

Ep= m.g.h. = 8 . 9,8 . 50 = 3.920 Julios

Otros ejemplos serían:
Calcular la masa dada la altura y la energía potencial
Calcular la altura dada la masa y la energía potencial.

Ejemplo 2. Un cuerpo que se encuentra a 20 m. de altura tiene una Ep de 1000 J. Calcular cual es su masa.

$$Ep = m * g * h \qquad 1.000 = m * 10 * 20$$
$$m = 5 \text{ kg.}$$

Ep = m. g. h. W = F. e. F= m. g. Teniendo en cuenta que el espacio es la altura

W= m.g.h = Ep

3.2.- Energía cinética

Es la que posee un cuerpo por el hecho de tener velocidad

Ec = ½ . m. v^2

Ejermplo1. Calcula la energía cinetica que tiene un coche de 600 kg que lleva una velocidad de 20 m/seg

Ec= ½ . 600 . 20^2 = 120.000 Julios

Otros ejemplos seria:

Calcular la masa dada la velocidad y la Energia cinética m= 2 Ec /v^2

Calcular la velocidad dada la masa y la energía cinetica V= $\sqrt{\frac{2E_c}{m}}$

Ejemplo 2. Un cuerpo de 10 Kg. tiene una Ec de 4.500 J , calcula su velocidad

$$Ec = 1/2 * m * v^2 \text{ ------- } 4.500 = 1/2 * 10 * v^2$$

$$V^2 = 900 \quad ; \quad v = 30 \text{ m /sg}$$

Ejemplo 3. Un coche de 1000 Kg marcha a una velocidad de 108 Km/h ¿Cuál es su energía cinética?

En primer lugar debemos pasar la velocidad a unidades del sistema internacional, es decir en m/s.

$$\frac{108\ Km}{1\ hora} = \frac{108\,000 m}{3600\ s} = 300\ m/s$$

$E_c = ½ \cdot m \cdot v^2$ $E_c = ½ \cdot 1000 \cdot (300)^2 = 45\,000\,000$ J = 45 000KJ

3.3. Energía Mecánica (Em)

La energía mecánica que posee un cuerpo es igual a la suma de su Ep y Ec .

$$Em = Ep + Ec$$

Ejemplo 1. Un avión de 14.000 kg vuela a 200 m. de altura a una velocidad de 400 m / sg . Calcular su energía mecánica.

$$Ep = 14.000 * 10 * 200 = 28.000.000 = 28 * 10^6 \text{ J.}$$

$$Ec = 1/2 * 14.000 * 400^2 = 1.120.000.000 = 1.120 * 10^6 \text{ J.}$$

$$Em = Ep + Ec = 28 * 10^6 + 1.120 * 10^6 = 1.148 * 10^6 \text{ J.}$$

4. Principio de la conservación de la energía

La energía ni se crea ni se destruye, sólo se transforma

Para demostrar este principio vamos a considerar el siguiente caso: Se lanza desde el suelo, y verticalmente hacia arriba , un cuerpo de 2Kg. con una velocidad de 40 m / sg . Demostrar que se cumple el principio de la conservación de la energía.

En el momento de lanzar el cuerpo:

$$\text{Como } h = 0 \text{ ------- } Ep = 0$$

$$Ec = 1/2 \cdot 2 \cdot 40^2 = 1.600 \text{ J.}$$

$$Em = Ep + Ec = 0 + 1.600 = \underline{1.600 \text{ J.}}$$

A medida que el cuerpo va subiendo su Ec va disminuyendo, mientras que la Ep va aumentando. La misma cantidad que disminuye la Ec, aumenta la Ep.

- Al cabo de 1 sg. :

$$Ec = 1/2 \cdot 2 \cdot 30^2 = 900 \text{ J.}$$

$$v = v_o + at = 40 - 10 \cdot 1 = 30 \text{ m / sg}$$

$$Ep = 2 \cdot 10 \cdot 35 = 700 \text{ J.}$$

$$e = vo\,t + 1/2\,at^2 = 40 \cdot 1 + 1/2\,(-10)\,1^2 = 35\text{m.}$$

$$Em = 900 + 700 = \underline{1.600 \text{ J.}}$$

Al cabo de 2 sg. :

$$Ec = 1/2 \cdot 2 \cdot 20^2 = 400 \text{ J.}$$

$$V = 40 - 10 \cdot 2 = 20 \text{ m / sg}$$

$$Ep = 2 \cdot 10 \cdot 60 = 1.200 \text{ J.}$$

$$e = 40 \cdot 2 - 1/2\,(-10)\,2^2 = 60 \text{ m.}$$

$$Em = 400 + 1.200 = \underline{1.600\ J.}$$

En su altura máxima:

V = 0 --------- Ec = 0 J.

V= Vo + a.t e= Vo.t +1/2 . a .t^2

$$t = (V_f - V_o) / a = (0 - 40) / -10 = 4\ sg.$$

$$e = 40 * 4 - 1/2\ (-10)\ 4^2 = 80\ m$$

$$Ep = 2 * 10 * 80 = 1.600\ J.$$

Ejemplo 1: Se lanza desde el suelo, verticalmente hacia arriba , un cuerpo de 4 Kg. con una velocidad de 60 m / sg .Calcular la Ec y la Ep en los siguientes casos : a) En el momento de lanzarlo, b) Cuando su velocidad es de 20 m / s, c) cuando está a 120 m. de altura , d) en su altura máxima

a) h = 0 -------- Ep = 0

$$Ec = 1/2 * 4 * 60^2 = 7.200\ J.$$

$$Em = Ep + Ec = 7.200\ J.$$

b) v = 20 m / sg ---------- $Ec = 1/2 * 4 * 20^2 = 800\ J.$

$$Ep = Em - Ec = 7.200 - 800 = 6.400\ J.$$

c) h = 120 m. ---------- $Ep = 4 * 10 * 120 = 4.800\ J.$

$$Ec = Em - Ep = 7.200 - 4.800 = 2.400\ J.$$

d) v = 0 ---------- Ec = 0 J.

$$Ep = Em = 7.200\ J.$$

Ejemplo 2. Se lanza hacia arriba un balón de baloncesto cuya masa es de 66 g con una velocidad inicial de 7 m/s. Determina el valor de la energía mecánica en cada uno de los siguientes casos:

a) En el instante del lanzamiento.
b) Al cabo de medio segundo de haber sido lanzado.
c) En el punto más alto de su trayectoria.
d) Suponiendo que no la toque ninguno de los jugadores, calcula la energía mecánica que tendrá cuando choque contra el suelo, si llega con una velocidad de 7m/s.

a) En el instante inicial, el árbitro sostiene el balón a muy poca altura del suelo; por facilitar los cálculos, consideramos la altura nula. Así pues con los datos:
Recuerda que la masa debe estar en kilogramos: 0,066Kg

$h = 0$ m $\qquad E_p = 0$

$v_0 = 7$ m/s $\qquad E_c = ½ \cdot m \cdot v^2 = 1,6$J

$E_m = E_p + E_c \qquad E_m = 1,6 + 0 = 1,6$ J

b) Como el balón describe un movimiento uniformemente desacelerado, al cabo de medio segundo la velocidad del balón será:

$$v = v_0 - g \cdot t = 7 - 9,8 \cdot 0.5 = 2,1 \text{ m/s}$$

y se encontrará a una altura: $h = v_0 \cdot t - ½ \cdot g \cdot t^2 = 7 \cdot 0,5 - ½ \cdot 9,8 \cdot 0,5^2 = 2,3$ m

Luego tendrá una energía:

$E_p = 0,066 \cdot 9.8 \cdot 2,3 = 1,5$ J $\qquad E_c = ½ \cdot 0,066 \cdot 2,1^2 = 0,1$ J

$E_m = 1,5 + 0,1 = 1,6$ J

c) Conforme sube el balón, su velocidad va decreciendo hasta que al alcanzar el punto más alto de su trayectoria, se anula: v = 0.
Aplicando las mismas ecuaciones que en el caso anterior:

$$v = v_0 - g \cdot t = \qquad 0 = 7 - 9,8 \cdot t \qquad t = 0,7\text{s}$$

$$h = v_0 \cdot t - ½ \cdot g \cdot t^2 = 7 \cdot 0,7 - ½ \cdot 9,8 \cdot 0,7^2 = 2,5 \text{ m}$$

y su energía:

$E_p = 0,066 \cdot 9.8 \cdot 2,5 = 1,6$ J $\qquad E_c = ½ \cdot 0,066 \cdot 0^2 = 0$ J

$E_m = 1,6 + 0 = 1,6$ J

d)
Cuando golpea de nuevo con el suelo, h = 0. La velocidad con que llega la calculamos teniendo en cuenta que se trata de un movimiento de caída libre, $v_0 = 0$, v = 7 m/s:

$$E_p = 0{,}066 \cdot 9.8 \cdot 0 = 0 \text{ J}$$

$$E_c = ½ \cdot 0{,}066 \cdot 7^2 = 1{,}6 \text{ J}$$

$$E_m = 1{,}6 + 0 = 1{,}6 \text{ J}$$

Como podemos ver, en todos los puntos de la trayectoria el balón posee la misma energía mecánica, E = 1,6 J,

5. Demostraciones de algunas características físicas

1.- La altura que alcanza un cuerpo cuando se lanza hacia arriba sólo depende de la velocidad de lanzamiento y no de la masa.
La Em en el suelo es la misma que la Em en su altura máxima , con lo que las podemos igualar :

$$\text{Suelo : } Em = Ec_{suelo} = 1/2 * m * v^2_{lanz.}$$

$$\text{Alt. máx. : } Em = Ep_{max} = m * g * h_{máx.}$$

Igualándolas:

$$1/2 * m * v_{lanz.}{}^2 = m * g * h_{máx}$$

Despejando la altura máxima:

$$h_{máx.} = v^2_{lanz.} / 2g$$

Tema 7 Trabajo, Potencia, Energía y Calor

Temperatura y calor

La temperatura

La temperatura es una medida del calor, por lo tanto la temperatura no es energía sino una medida de ella.

Se mide en ºC (grados centígrados), ºF (grados fahrenheit), o ºK (grados Kelvin).
Para pasar de una escala a otra utilizaremos las siguientes relaciones:

$$\frac{^oC}{100} = \frac{^oK - 273}{100} = \frac{^oF - 32}{180}$$

Ejemplo:

El agua hierve a 100 ª C y se congela a 0ªC.
Para pasar esas temperaturas a ª F y ª K:

100/100 = ºK – 273/100 ; ºK = 100 + 273 = 373 º K
100/100 = ºF-32 /180 ; ºF = 32/180 = 212 ºF

0/100 = ºK – 273/100 ; ºK = 0 + 273 = 273 º K
0/100 = ºF-32 /180 ; ºF = 32/180 = 212 ºF

Calor

El calor Q, es la transferencia de energía de un cuerpo a mayor temperatura "caliente", a otro de menor temperatura "frío". Los cuerpos no pueden tener calor ya que el calor es algo que "fluye" entre dos cuerpos a distinta temperatura. Para que exista calor debe existir diferencia de temperatura, pero no todos los cuerpos transmiten el calor con igual facilidad, aunque sea igual la variación de la temperatura. El calor se mide en Julios, igual que el trabajo y la energía.

El calor es energía que se transfiere de los cuerpos que están a mayor temperatura a los cuerpos que están a menor temperatura.

Caloría
Se llama caloría " la cantidad de calor necesaria para que 1g de agua aumente 1º su temperatura" (más exactamente para pasar de 14,5 º a 15,5º)

Calor especifico

No todas las sustancias aumentan su temperatura igualmente al recibir la misma cantidad de calor.

Llamamos **capacidad calorífica** de un cuerpo a la cantidad de calor que hay que darle para que su temperatura ascienda 1ºC (se mide en cal/ºC).
La capacidad depende tanto de la sustancia de que se trate, como de su masa. Por ello definimos el **calor específico** de un cuerpo como la capacidad calorífica de 1 g de ese cuerpo (se mide en cal/gºC).

En consecuencia, el calor específico del agua es 1 cal /g. grado.

Hoy se utiliza siempre el S.I. y usamos como unidad de trabajo y de energía el julio (1 caloría=4,18 Julios).

El calor fluye del cuerpo "caliente" al cuerpo frío hasta que se igualan las temperaturas, consiguiendo lo que se llama el **equilibrio térmico.**

$$.Q_{cedido}=Q_{ganado}$$

$$Q_{cedid0}= m_{cede}. c_e. (t_1 - t_f)$$

$$Q_{ganado}= m_{gana}. c_e. (t_f - t_2)$$

Luego: $$m_{cede}. c_e. (t_1 - t_f)= m_{gana}. c_e. (t_f - t_2)$$

Ejemplo 1. Si se mezclan dos litros de agua a 40º C con un litro de agua a 20º C, ¿Cuál será la temperatura final? (dato, el calor específico del agua es de 4180 J / kgºC)

Solución: El agua a mayor temperatura cede energía a la más fría, hasta conseguir el equilibrio térmico a una temperatura intermedia t, de forma que: calor cedido = calor tomado.

Como $Q = m. c_e. (t_F - t_I)$ siendo c_e el calor específico, t_F y t_I las temperatura final e inicial, sustituyendo queda:

Calor cedido Q = 2. 4180. (40 –t), calor tomado Q = 1. 4180. (t -20), por lo que :

2. 4180. (40 –t) = 4180. (t- 20) y despejando queda

t = 33'33ºC

Ejemplo 2. Se mezclan 200 gramos de agua a 20ºC con 400 gramos de agua a 80ºC ¿Cuál es la temperatura final de la mezcla?

$$Q_{cedido}=Q_{ganado}$$

$$m_{cede}.\ c_e.\ (t_1 - t_f) = m_{gana}.\ c_e.\ (t_f - t_2)$$

$$400.\ c_e.\ (80 - t_f) = 200.\ c_e.\ (t_f - 20)$$

$$32\,000 - 400t_f = 200t_f - 4000$$

$$36\,000 = 600t_f$$

$$t_f = 60ºC$$

Ejemplo 3. Mezclamos medio kilo de hierro a 550ºC con un litro de agua a 20ºC. ¿Cuál será la temperatura final de la mezcla? Nota: calor especifico de hierro 0,50 cal/g ºC, calor especifico del agua 1cal/g ºC.

Solución: vamos a realizar el ejemplo usando unidades distintas de las del Sistema Internacional. Calor en calorías, masa en gramos y temperatura en Celsius. Así podemos usar los calores específicos que nos da el problema.

$$Q_{cedido}=Q_{ganado}$$

$$m_{cede}.\ c_e.\ (t_1 - t_f) = m_{gana}.\ c_e.\ (t_f - t_2)$$

$$500.\ 0{,}5.\ (550 - t_f) = 1000.\ 1.\ (t_f - 20)$$

$$137\,500 - 250t_f = 1000t_f - 20\,000$$

$$1250t_f = 157500$$

$$T_f = 126ºC$$

ENERGIAS RENOVABLES

Qué son

Energías que se obtienen de fuentes naturales virtualmente inagotables, ya sea por la inmensa cantidad de energía que contienen, o porque son capaces de regenerarse por medios naturales

CARACTERISTICAS

Son inagotables
Limpias:
Escaso impacto ambiental
No tiene riesgos potenciales añadidos
Enriquecimiento de los recursosnaturales
Cercanía de los centros de producción energética a los lugares de consumo

TIPOS

ENERGIA DE LA BIOMASA
Es la energía contenida en la materia orgánica y que tiene diversas formas de aprovechamiento, según se trate de materia de origen animal o vegetal.
El principal aprovechamiento energético de la biomasa es la combustión de la madera.
Los desechos orgánicos también son utilizables mediante transformaciones químicas

ENERGIA GEOTÉRMICA
Es la proveniente del subsuelo, del calor que se origina bajo la corteza terrestre. La energía procedente del flujo calorífico de la tierra es susceptible de ser aprovechada en forma de energía mecánica y eléctrica

ENERGIA EÓLICA
Se obtiene de convertir la energía cinética del viento en electricidad, por medio de aerogeneradores.
Desde aplicaciones aisladas para el bombeo de agua, hasta la producción de varios MW con parques eólicos

ENERGIA HIDRÁULICA
Es la obtenida por medio de las energías cinética y potencial de la corriente de los ríos y saltos de agua por medio de plantas hidroeléctricas que las convierten en energía eléctrica

ENERGIA SOLAR
Energía producida mediante el efecto del calor del sol en una placa solar.
Se transforma en energía eléctrica por medio de paneles solares, las más conocida es la obtenida por medio de células fotovoltaicas

Sistemas de aprovechamiento

El calentamiento del agua
La producción de electricidad
Edificación bioclimática (diseñar la edificación aprovechando las características climáticas de la zona)

Antonio Gómez Jiménez